MATEMÁTICA

Módulo 1

Unidades 7 e 8

Unidade 7
Pág. 5

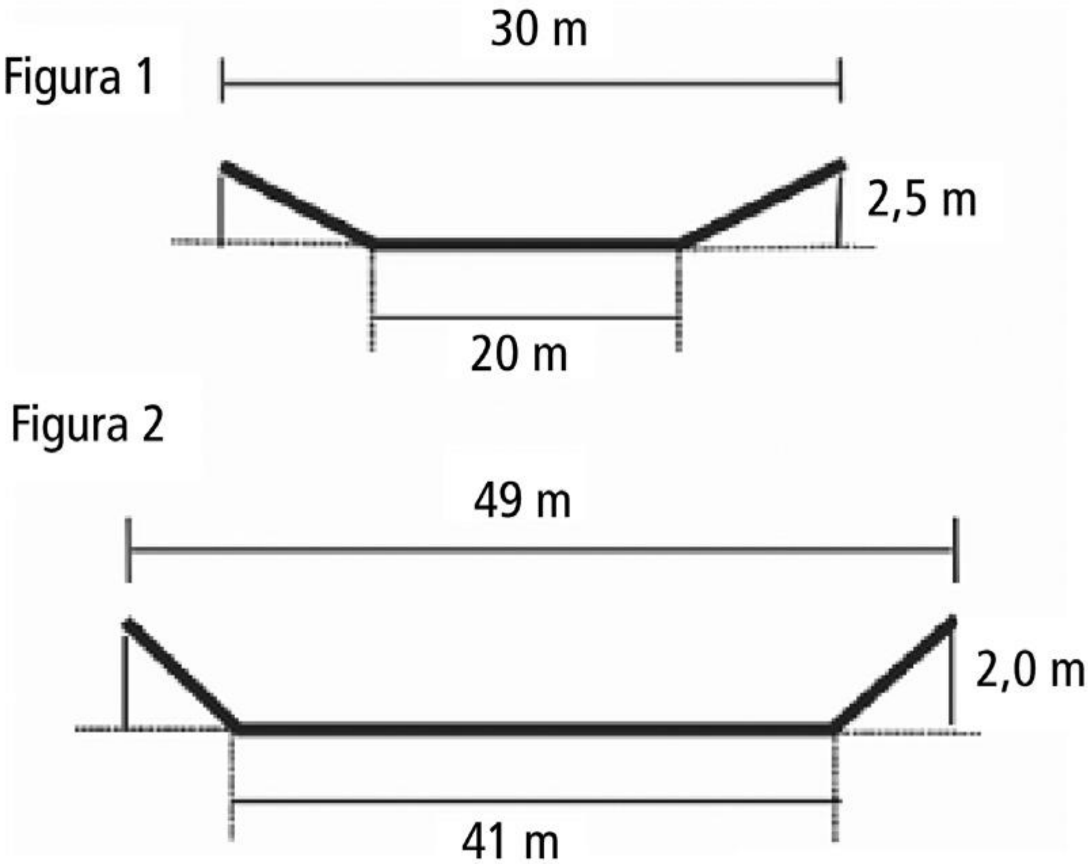
Áreas de figuras planas

Para início de conversa...

Você já precisou comprar cerâmica para revestir pisos e paredes de algum cômodo de sua casa? Ou calcular a quantidade certa de tinta a comprar para pintar as paredes de sua residência? Pois bem, esse tipo de cálculo acompanha-nos em vários momentos de nossas vidas. A maioria desses cálculos é relacionado com superfícies retangulares, mas várias outras formas poligonais podem ser encontradas em diversas situações. Observe um exemplo disso, retirado de uma questão do ENEM de 2009.

A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, que tem as medidas especificadas na Figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1,50 m3/s. O cálculo da vazão, Q em m3/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m2, pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av.

Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na Figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

Pág. 6

Se você não souber realizar esse problema agora, não se preocupe. Voltaremos a ele no final da unidade. Por ora, perceba apenas que estamos lidando com um tipo de problema que envolve ao mesmo tempo expressões matemáticas para o cálculo de uma incógnita e fórmulas de cálculo de superfície planas.

Objetivos de aprendizagem

.Identificar expressões utilizadas para indicar a área de figuras planas.

.Utilizar fórmulas para calcular áreas de superfícies planas e aplicá-las na resolução de problemas.

Pág. 7

Seção 1

Reconhecendo a área

Situação problema 1

O quarto de Joaquim é revestido de madeira. No entanto, o piso está com um pouco de umidade e, por isso, ele pretende removê-lo. Veja uma planta do quarto de Joaquim com as medidas internas do mesmo.

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Joaquim pretende colocar piso cerâmico e até já escolheu modelo e tamanho:

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Pág. 8

Atividades

Desconsidere o rejuntamento e responda:

a. Quantas peças caberão, enfileiradas, no maior lado do quarto?

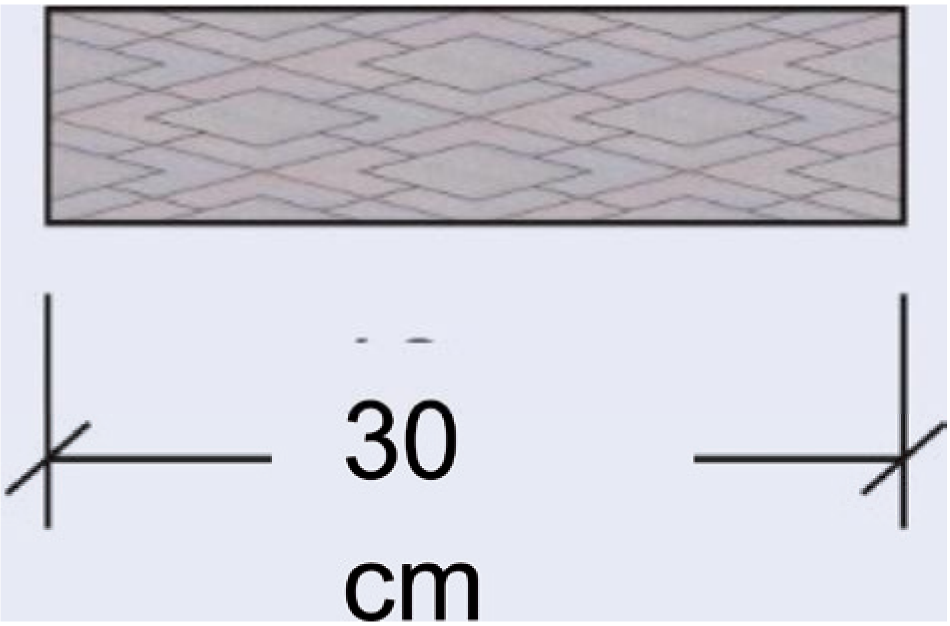
b. Quantas peças caberão, enfileiradas, no menor lado do quarto?

c. Quantas peças deverão ser cortadas no mínimo?

d. Quantas peças cerâmicas serão necessárias para revestir todo o quarto?

Para arrematar o piso, Joaquim colocará rodapé em volta de todo o quarto.

Observe as peças que serão utilizadas:

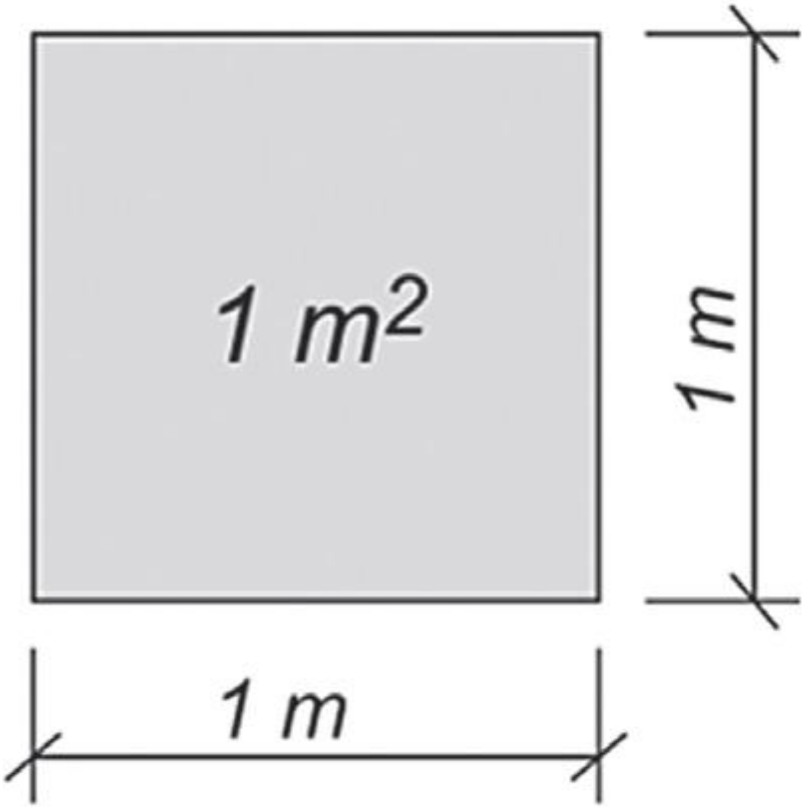


e. Desconsiderando o vão da porta, calcule quantas peças serão gastas em todo rodapé.

******

Importante

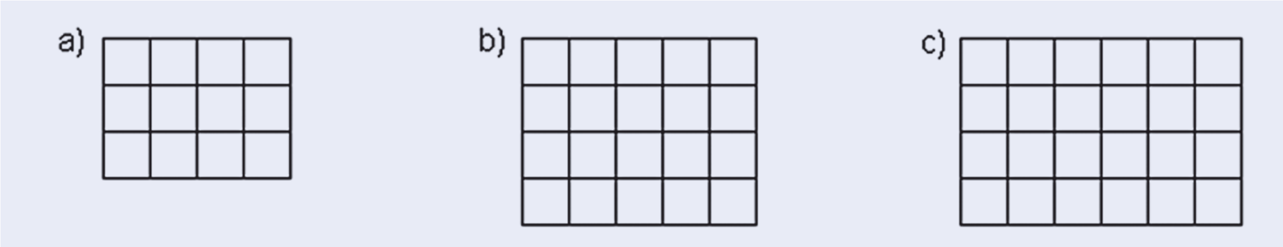
Ao efetuar os cálculos anteriores, você pôde calcular as medidas da área e do perímetro do quarto de Joaquim, podendo dizer que a área do quarto mede _____________ pisos cerâmicos de 30 cmx30 cm e o perímetro mede ____________ peças de 30 cm de comprimento. Perceba que, para efetuarmos estas medidas, tivemos de recorrer a uma medida já conhecida, no caso, as peças cerâmicas. Porém, para que nossa comunicação fique mais clara, costumamos utilizar medidas universalmente conhecidas. Para medidas de comprimento, utilizamos o metro (m) e para medidas de área, utilizamos no metro quadrado (m^2) que é a área de um quadrado que possui 1m de lado.



******

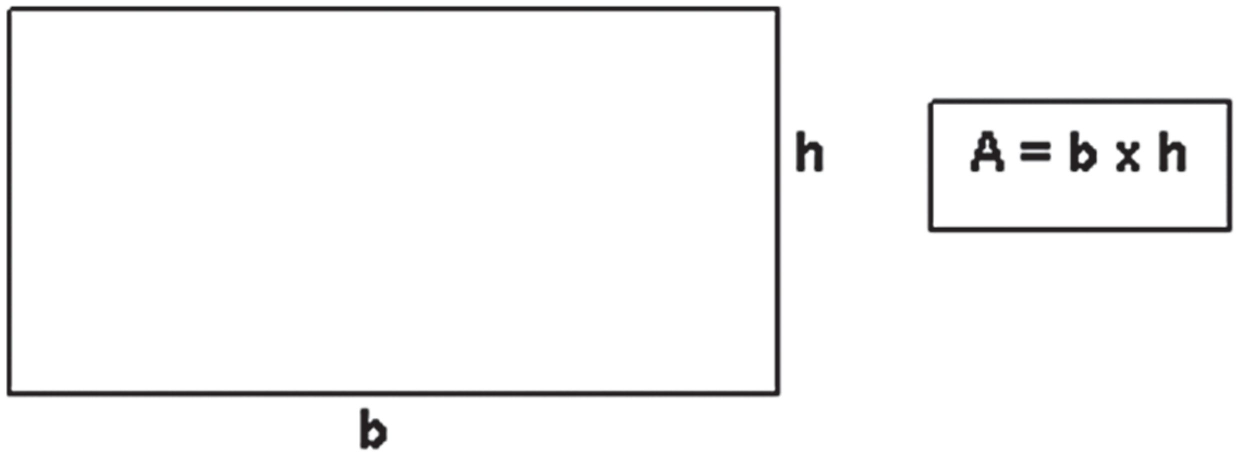
Pág. 9
Atividade 1

Em cada **retângulo** a seguir, calcule a quantidade de quadradinhos e expresse esta quantidade por meio de uma multiplicação.



******

Ao contar os quadradinhos, estamos calculando a área do **retângulo**, se cada quadradinho tiver área de *1m2* a área encontrada estará em *m2*. Perceba que você pode calcular esta área, a partir de uma multiplicação. Se um retângulo possui dimensões não conhecidas **b** (base) e **h** (altura), então podemos representar esta área **(A)** por **b x h**, como mostrado na figura a seguir.



Pág. 10

Atividade 2

Observe a planta baixa a seguir. As medidas que aparecem estão em metros. Calcule a área e o perímetro de cada um dos cômodos. Caso queira, utilize sua calculadora para os cálculos, mas deixe registrado como pensou.

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Cômodo	Perímetro	Área		
	Cálculo	Total	Cálculo	Total
Dormitório 1				
Dormitório 2				
Sala				
WC				
Cozinha				

******

Pág. 11
Seção 2
Outros tipos de área
Situação problema 2

O **paralelogramo** é um quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.
Observe a figura a seguir:
Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
O segmento **h** que foi destacado no desenho é a altura do **paralelogramo**, ele representa a menor distância entre dois lados opostos, sendo sempre perpendicular a estes lados.
Observe o que ocorre se fizermos um corte

exatamente sobre a linha que representa a altura:
Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Pág. 12

Atividades

A partir do que observou, qual seria a fórmula para calcular a área de um **paralelogramo**?

******

Situação problema 3

O **triângulo** é um polígono com três lados. Veja a figura a seguir. A altura de um triângulo é a distância entre um de seus vértices e o lado oposto a ele. Representada aqui pela letra h.

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
Observe o que ocorre, se colocarmos um outro triângulo **congruente** ao lado do triângulo existente:
Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
Congruente
Dizemos que duas formas são congruen tes, quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho.
******

Atividades
Qual o nome da nova figura formada? A área desta figura formada você já sabe calcular. (A = b x h). Qual

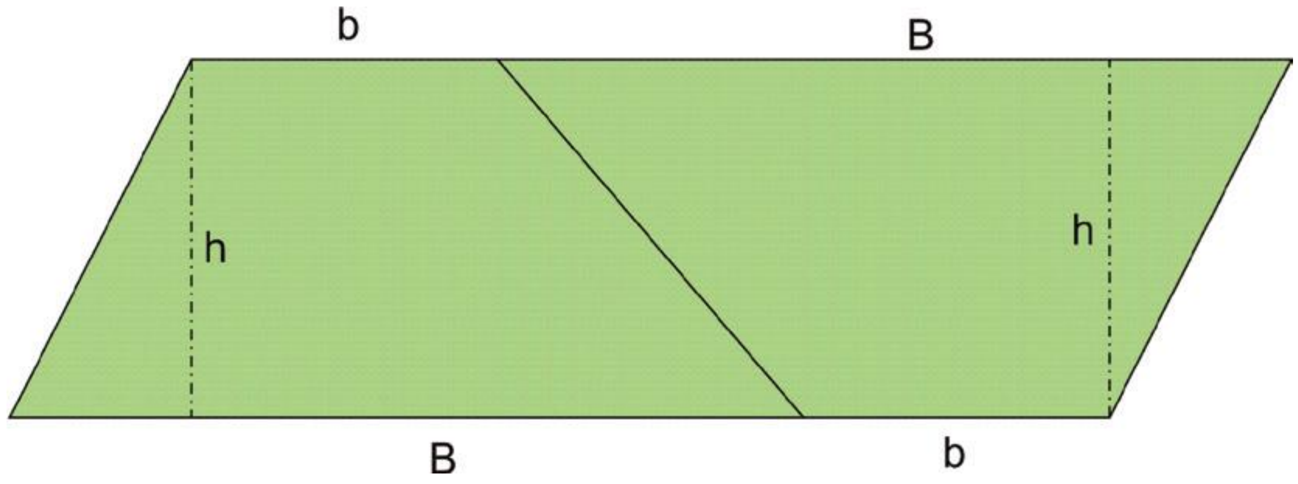
seria a expressão para determinar a área do triângulo, a partir da área do parelelogramo?
******

Pág. 13

Situação problema 4

Um trapézio é um quadrilátero que possui apenas dois lados paralelos, como mostrado na figura a seguir. Observe que o trapézio possui duas bases: a base maior (B) e a base menor (b) e uma altura (h). Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Note o que ocorre, se colocarmos um outro trapézio congruente ao lado do trapézio existente:

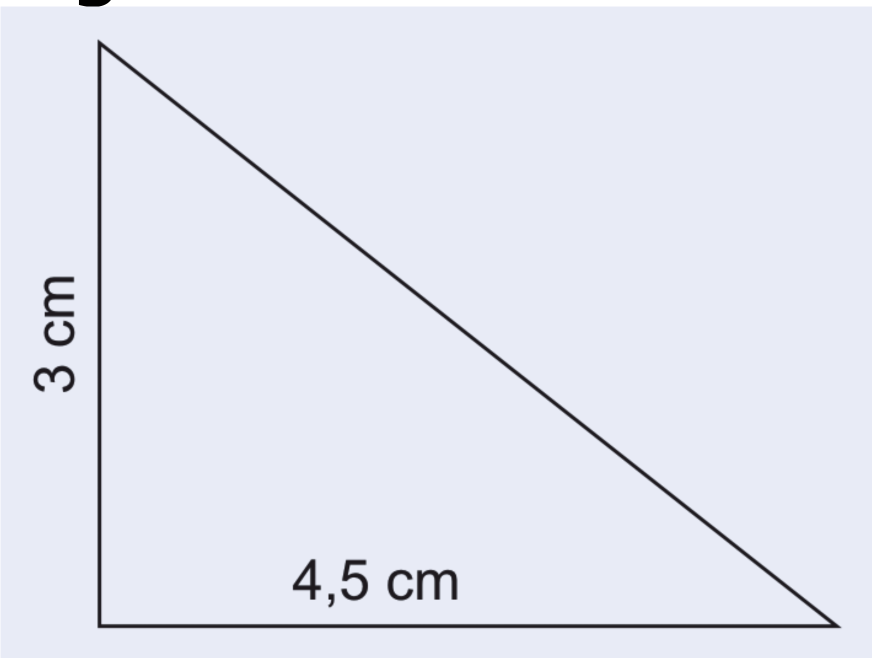


Atividades

Qual o nome da nova figura formada? A área dessa nova figura você já sabe calcular. Qual é, então, a expressão para calcular a área do trapézio a partir desta observação?

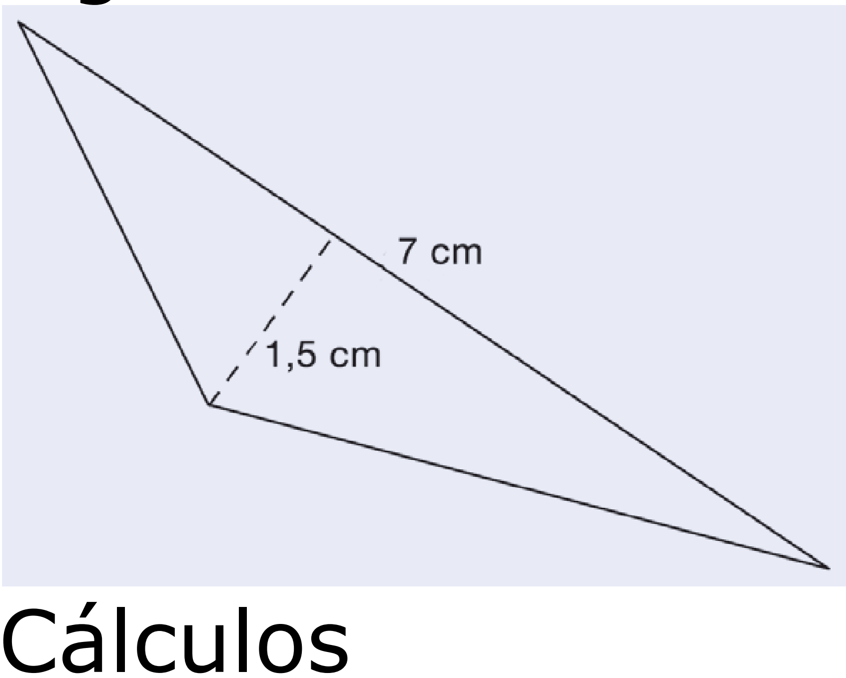
******

Atividade 3
Calcule as medidas das áreas das figuras planas a seguir, sendo conhecidas algumas de suas medidas:
Figura



Cálculos

Figura



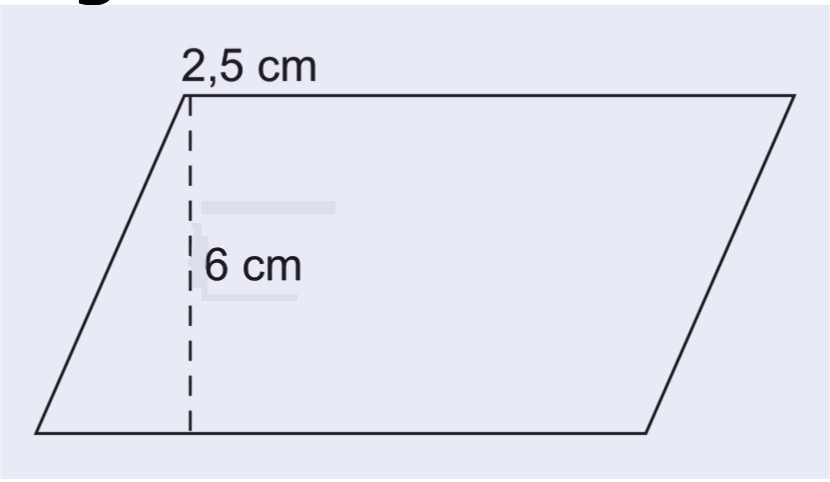
Cálculos

____

____

____

Figura



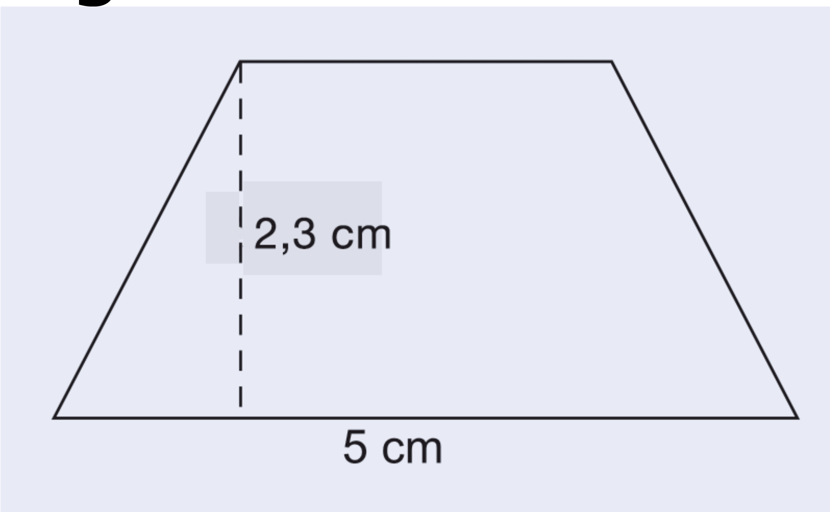
Cálculos

______

______

______

Figura



Cálculos

______

______

______

******

Atividade 4

Calcule as áreas dos quartos e da varanda que aparecem na planta baixa a seguir. Considere as medidas em metros:

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Pág. 15

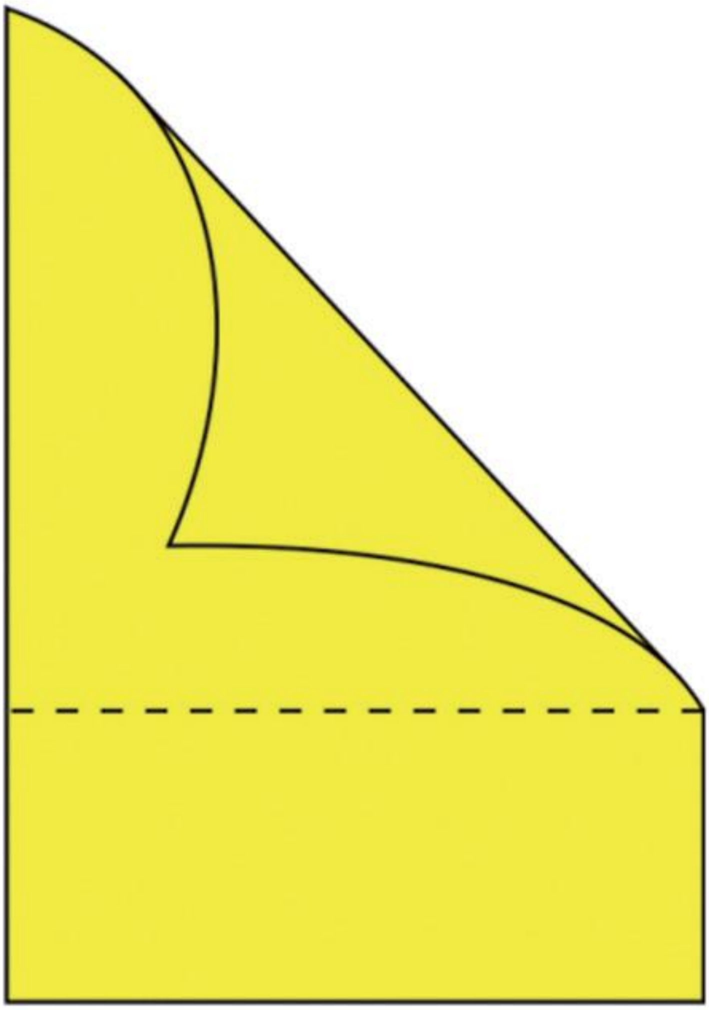
Situação problema 5

Você já ouviu falar num quebra cabeças, denominado Tangram?

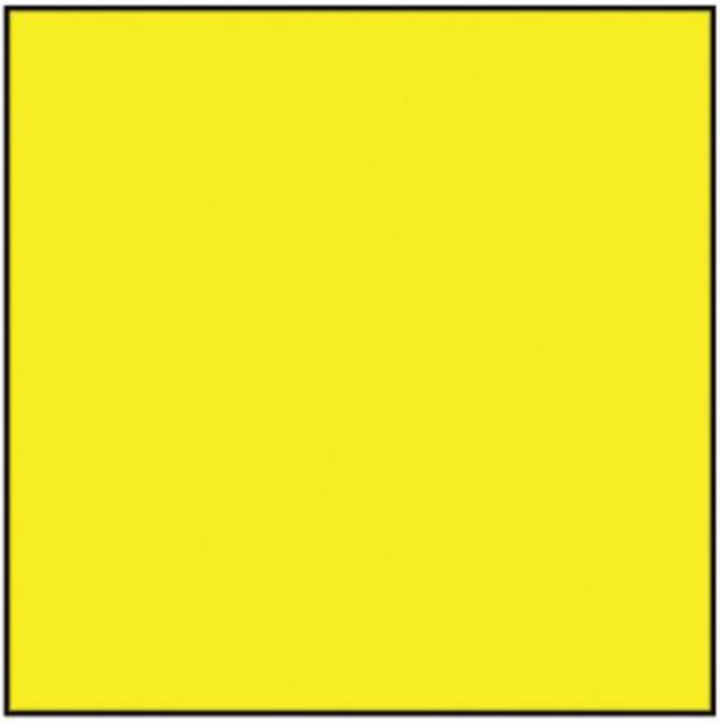
Tangram é um quebra-cabeça chinês, formado por 7 peças (2 triângulos pequenos congruentes, 2 triângulos isósceles grandes também congruentes e 1 triângulo isósceles médio; 1 quadrado e 1 paralelogramo) Com essas peças, podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las.

Segundo a Enciclopédia do Tangram, é possível montar mais de 1.700 figuras com as 7 peças. Não se sabe ao certo como surgiu o Tangram, apesar de haver várias lendas sobre sua origem. Uma diz que uma pedra preciosa desfez-se em sete pedaços, e com elas era possível formar várias formas, tais como: animais, plantas e pessoas. Outra diz que um imperador deixou um espelho quadrado cair e este se desfez em 7 pedaços que poderiam ser usados para formar várias figuras. Segundo algumas dessas

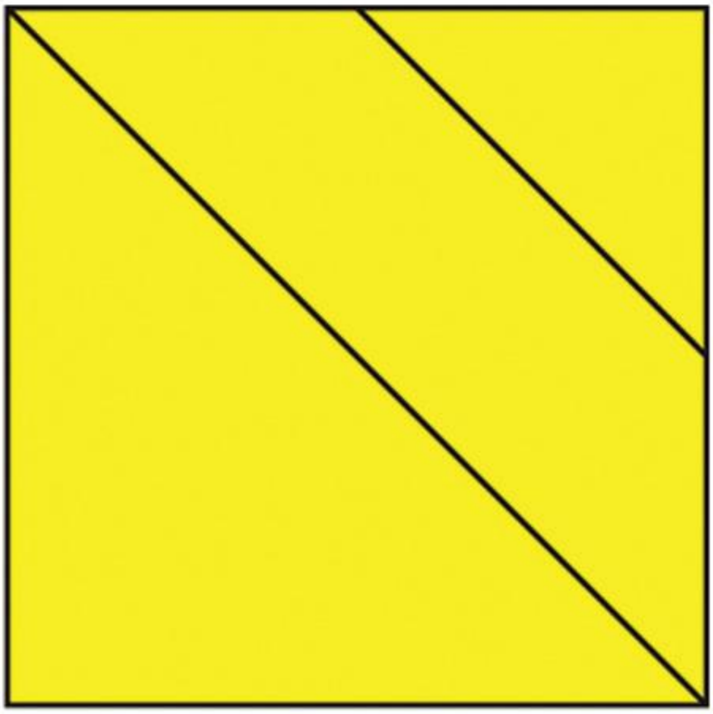
fontes, o nome Tangram vem da palavra inglesa "trangam", de significado "puzzle" (quebra-cabeça) ou "bugiganga". Outros dizem que a palavra vem da dinastia chinesa Tang. Na Ásia, o jogo é chamado de "Sete placas da Sabedoria"
Adaptado de Wikipédia Que tal construir o seu próprio Tangram? Os passos a seguir podem auxiliá-lo na construção:
Forme um quadrado, a partir de uma folha retangular.



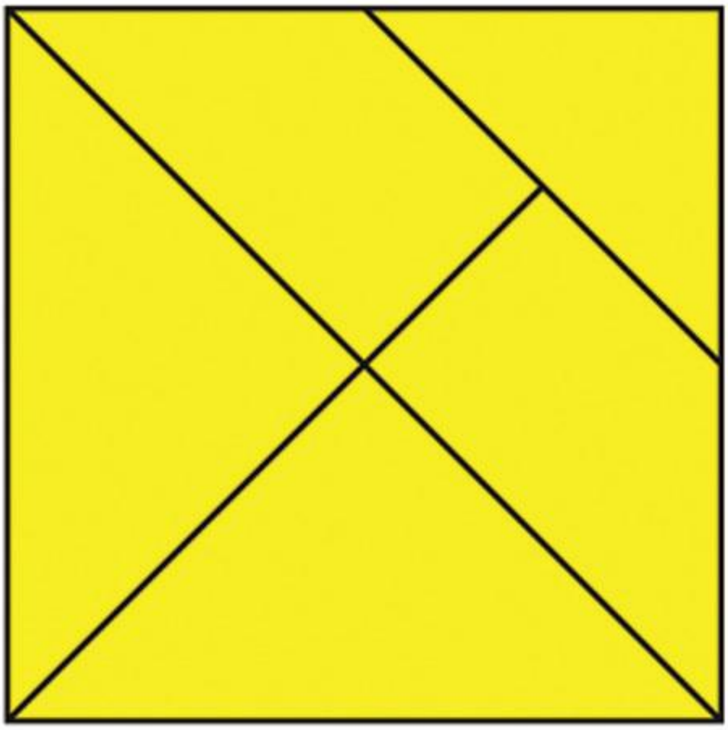
Corte o quadrado formado.



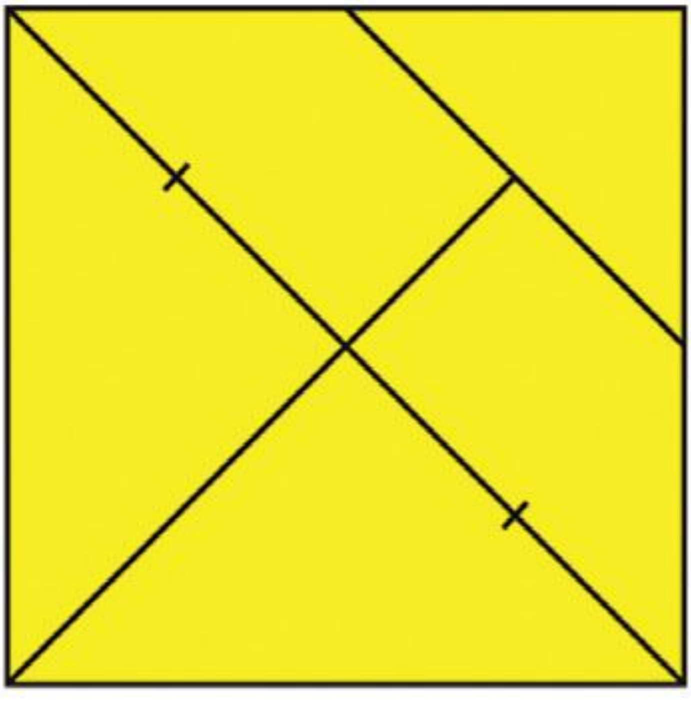
Trace uma das diagonais do quadrado e uma linha unindo os pontos médios de dois lados do quadrado.



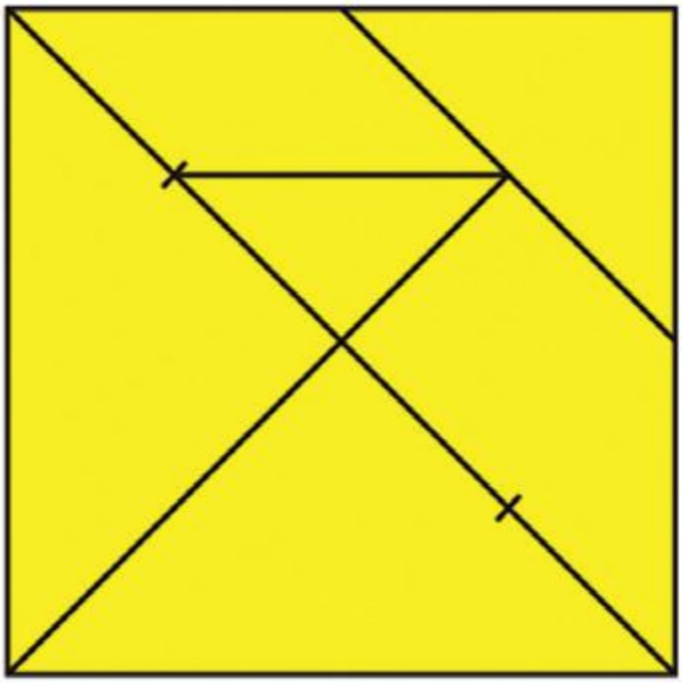
Desenhe a outra diagonal do quadrado até a segunda linha.



Divida a primeira diagonal traçada em quatro partes iguais.

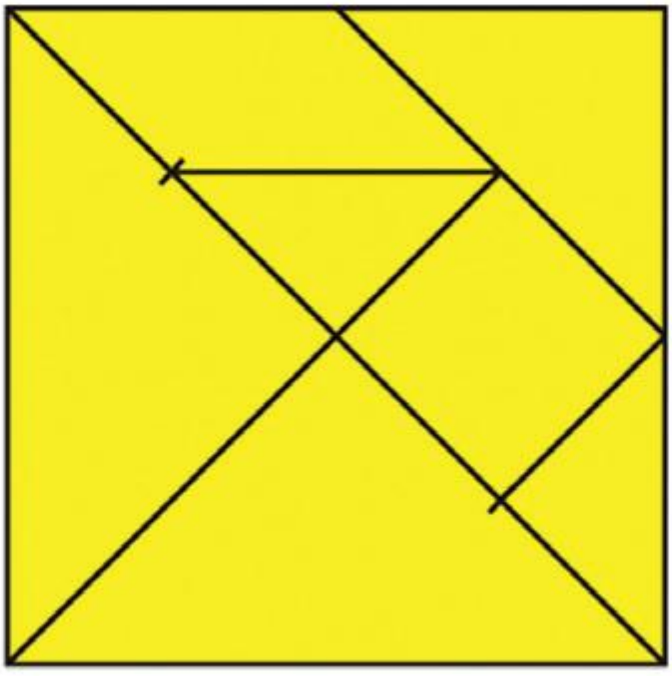


Trace a linha mostrada na figura abaixo.

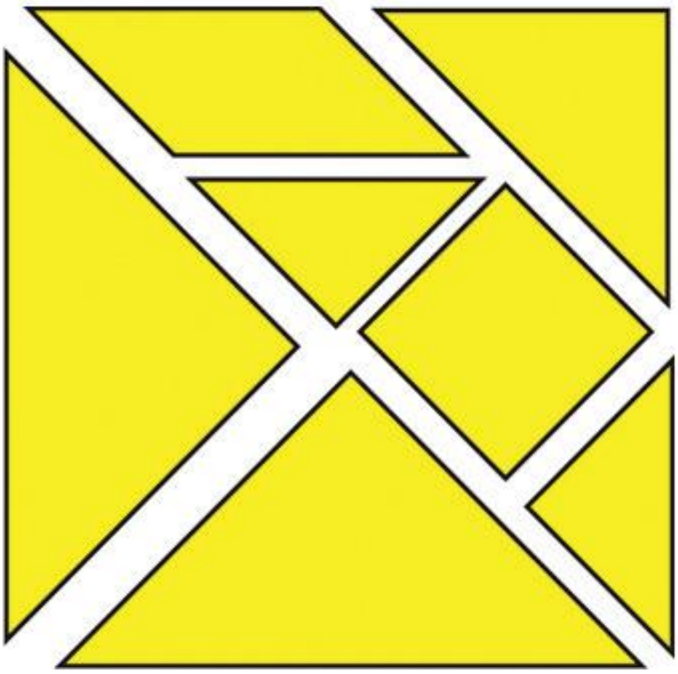


Pág. 16

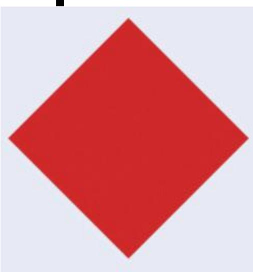
Trace a outra linha abaixo.



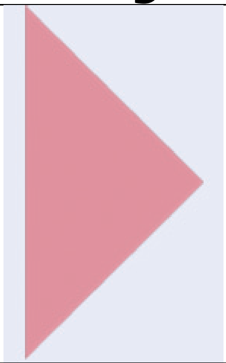
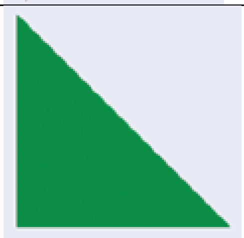
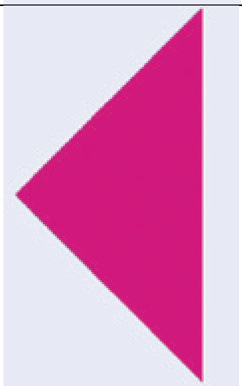
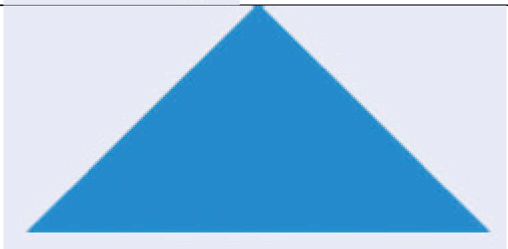
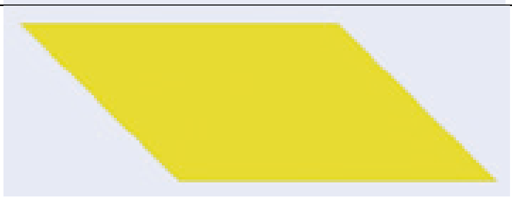
Agora, recorte as quatro peças.

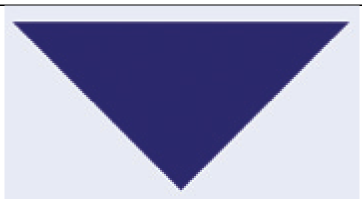
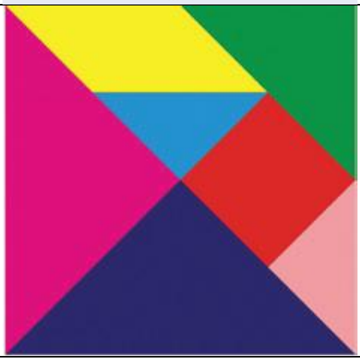


Atividades

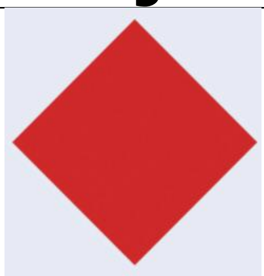
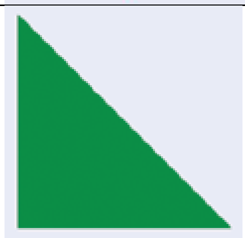
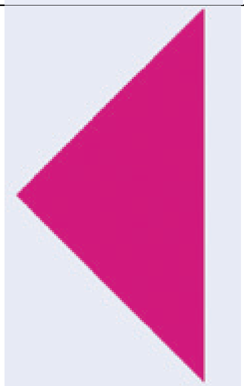
Agora que você já tem o seu próprio Tangram, propomos uma tarefa. Das sete peças, apenas uma é quadrada  . Você deverá calcular a área das demais peças, utilizando esse quadrado como referência. Explicando melhor, você deverá dizer quantos quadrados são necessários para formar cada uma das outras seis peças. Importante: você não precisa utilizar o quadrado inteiro, poderá dividi-lo ao meio.

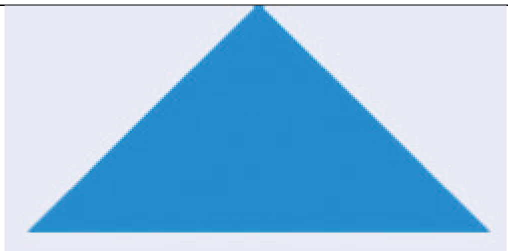
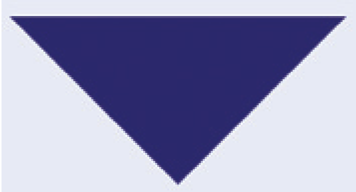
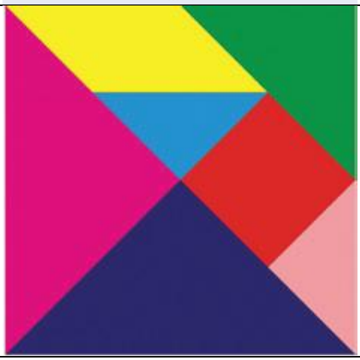
Depois diga a área total, juntando as sete peças.

Peças	**Área**
	
	
	
	
	

2. Repita o mesmo procedimento, utilizando agora o triângulo pequeno como unidade de área.

Peças	**Área**
	
	
	

3. O que você pôde observar em relação às áreas totais encontradas?

******

Pág. 18

Momento de reflexão

Nesta unidade, você teve oportunidade de trabalhar com o conceito de perímetro e área. Estabelecendo relações entre figuras, pode calcular algumas áreas a partir da área do quadrado e triângulo já conhecidas. Também por meio de relações entre as figuras geométricas foram deduzidas as fórmulas do cálculo de área do paralelogramo e trapézio.

Volte a ler a unidade e perceba que áreas você trabalhou e as relações que estabeleceu.

Verifique em que situações de sua vida você precisou ou precisa calcular área. Relacione as estratégias que utilizou com as mostradas aqui nesta unidade.

Voltando à conversa inicial

Nesta unidade, pudemos discutir um pouco sobre e uma grandeza muito importante, a área, e estratégias para calcular áreas de algumas figuras planas, as mais comuns: retângulo, paralelogramo, triângulo e trapézio.

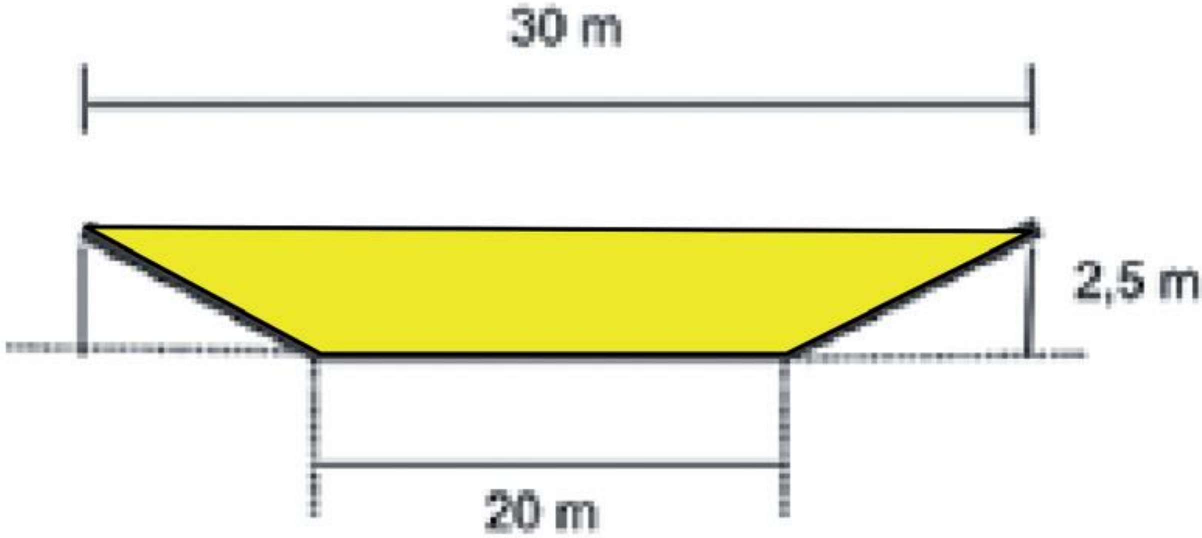
Voltando agora ao problema proposto no início do capítulo, vamos organizar em duas etapas:

Primeira etapa:

Vamos calcular a velocidade da água, já que ela não varia. Para isso, vamos utilizar o que conhecemos inicialmente.

– A vazão é de 1,50 m^3/s.

– A área pode ser calculada como mostrado a seguir:



Pág. 19

Observe que a área transversal da calha tem o formato de um trapézio; logo, sua área pode ser calculada assim:

$$A = \frac{\left(B + b\right) \times h}{2}$$

$$A = \frac{\left(30 + 20\right) \times 2,5}{2}$$

$$A = \frac{50 \times 2,5}{2}$$

$$A = \frac{125}{2}$$

$$A = 62,5m^2$$

– A velocidade será calculada, utilizando a fórmula para cálculo da vazão:

Segunda etapa

Vamos calcular a vazão da água na nova calha. Para isso, vamos utilizar o que conhecemos inicialmente.

– A velocidade de vazão é de 0,024 m/s.

$$Q = Av \quad \text{ou} \quad v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{1,5}{62,5}$$

$$v = 0,024 \ m/s$$

– A área pode ser calculada como mostrado a seguir:

Observe que a área transversal da calha tem o formato de um trapézio; logo, sua área pode ser calculada assim:

$$A = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

$$A = \frac{(49+41)\times 2,0}{2}$$

$$A = \frac{90\times 2}{2}$$

$$A = \frac{180}{2}$$

$$A = 90m^2$$

Pág. 20

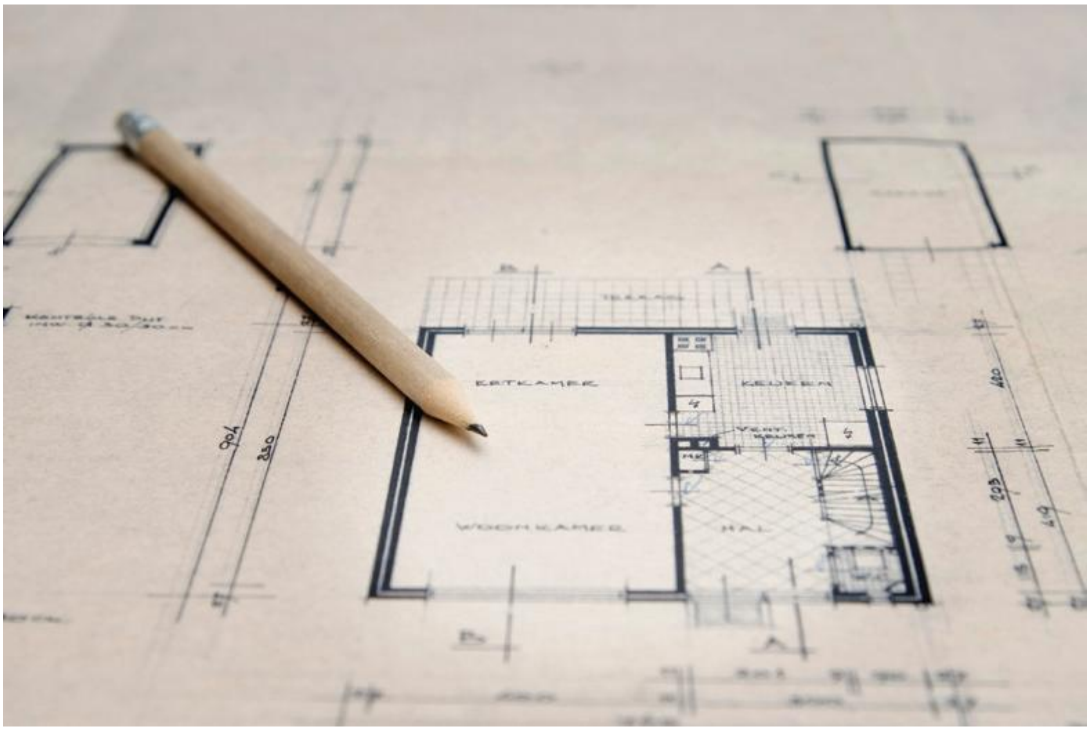
Q=Av

Q=90 x 0,024

Q=2,16 m^3/s

Veja ainda
Planejar a estrutura de uma casa é uma tarefa essencial, quando se pensa em construir um novo lar. Todo empreendimento desse tipo deve ser muito bem calculado e avaliado, para que possamos prever seus gastos, tempo de execução e prováveis imprevistos. Um dos profissionais responsáveis pela elaboração desse tipo de projeto é o arquiteto, que faz a planta do imóvel que será construído. Que tal "brincar" um pouco

de arquiteto e planejar uma casa nova?



Utilizando o software livre Sweet Home 3D, que você pode encontrar no link: http://www.sweethome3d.com/pt/download.jsp, faça o projeto de quanto gastaria de cerâmica para cobrir o piso da casa desenhada por você.

O cálculo da pintura também pode ser feito, medindo a área das paredes e calculando o gasto de tinta etc.

Este software é muito fácil de usar, **mãos à obra**!

Referências

Livros

.BELLEMAIN, P. M. B, LIMA, P. F. **Um estudo da Noção de Grandezas e Medidas e Implicações no Ensino Fundamental**. Edição: John A. Fossa. Natal: Sbhmat, 2002.

.CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Coleção ciência aberta. 4 ed. Portugal: Gradiva, 2002.

.IMENES, M. Luiz; LELIS, M. **Descobrindo o Teorema de Pitágoras**. São Paulo: Scipione. 2000.

.LOPES, M. L. M.L.& NASSER, L. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: UFRJ/IM-Projeto fundão, 1996.

.PAIVA, M, A. ;FREITAS, R.; BRAGA, R. **Matemática 5º Ano**: Meu Esporte e Lazer Preferidos. Blocos Didáticos

Escola Monteiro Lobato, 2011.

.PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. **Matemática**. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). ProJovem. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2006, v. 1,2,3,4.

.TAHAN, Malba. **Matemática Divertida e Curiosa**. São Paulo: Ed. Record, 2005

Pág. 23

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

Terreno 1: 55 m por 45 m
Terreno 2: 55 m por 55 m
Terreno 3: 60 m por 30 m
Terreno 4: 70 m por 20 m
Terreno 5: 95 m por 85 m

Para optar pelo terreno de maior área, que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno:

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.
E. 5.

Pág. 24
Atividade 2 (ENEM 2008)

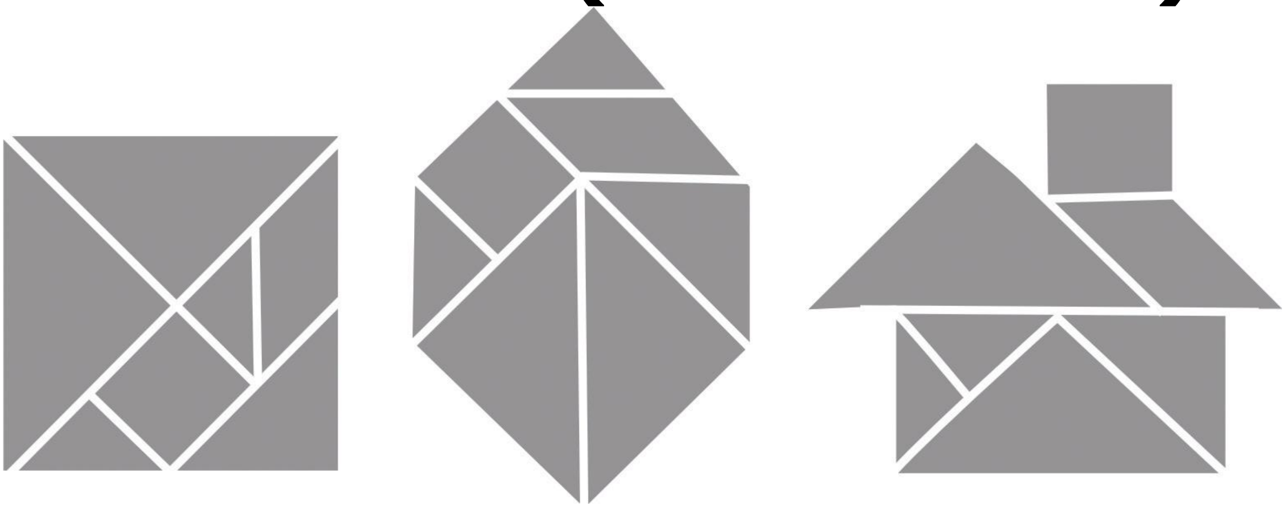


Figura 1 Figura 2 Figura 3

O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas, recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da Figura 1. Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas Figuras 2 e 3.

Se o lado AB do hexágono, mostrado na Figura 2 mede 2 cm, então a área da Figura 3, que representa uma “casinha”, é igual a

a. 4 cm^2.

b. 8 cm^2.

c. 12 cm^2.

d. 14 cm^2.

e. 16 cm^2.

Pág. 25

Respostas das atividades

Situação Problema 1

a. 13 peças mais 1/3 de peça, aproximadamente 13,3 peças.

b. 10 peças.

c. Deverão ser cortadas 4 peças.

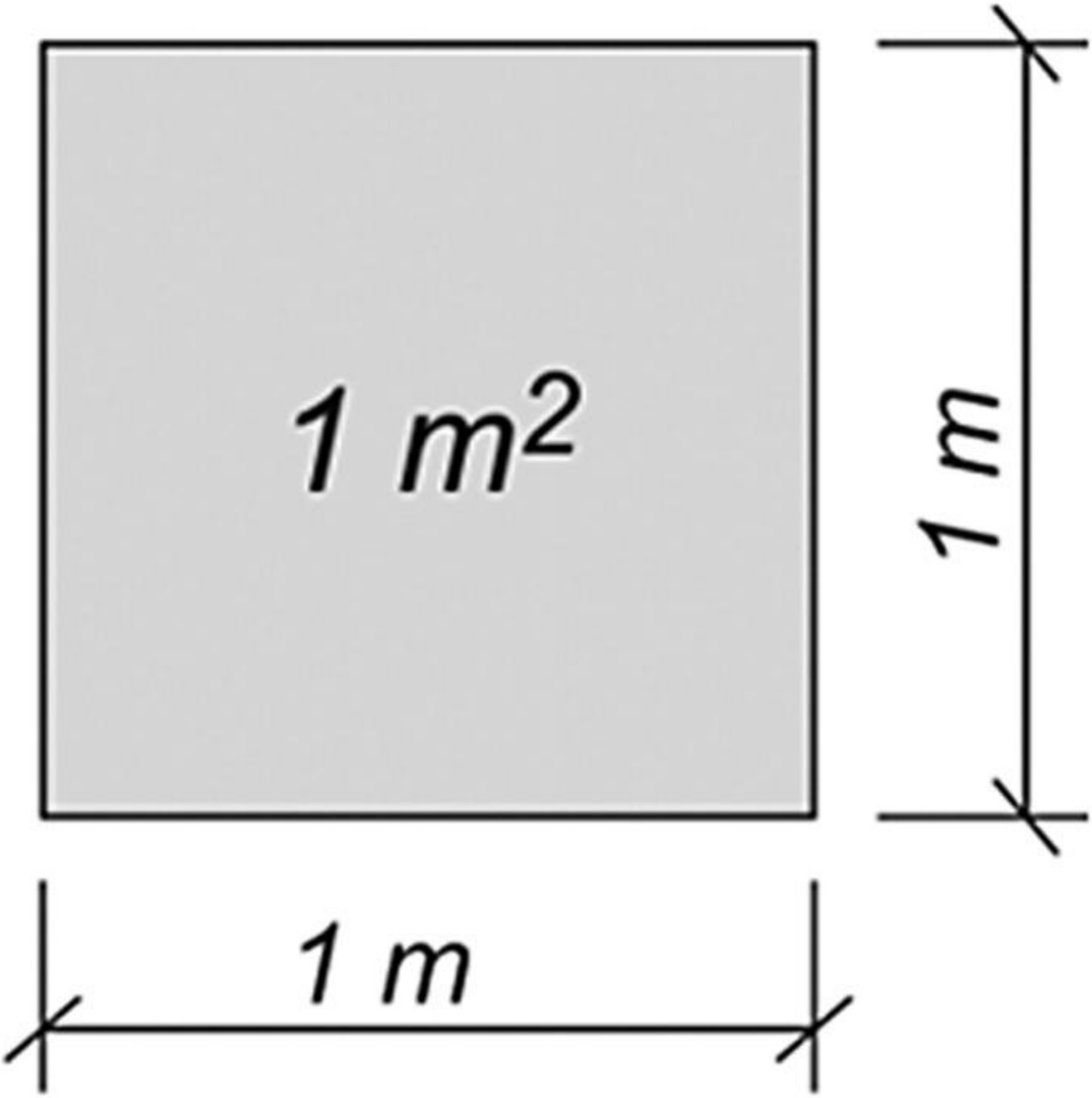
d. 133 peças mais 1/3 de peça.

e. 46 peças mais 2/3 de peça, ou seja, aproximadamente 46,6 peças.

Importante

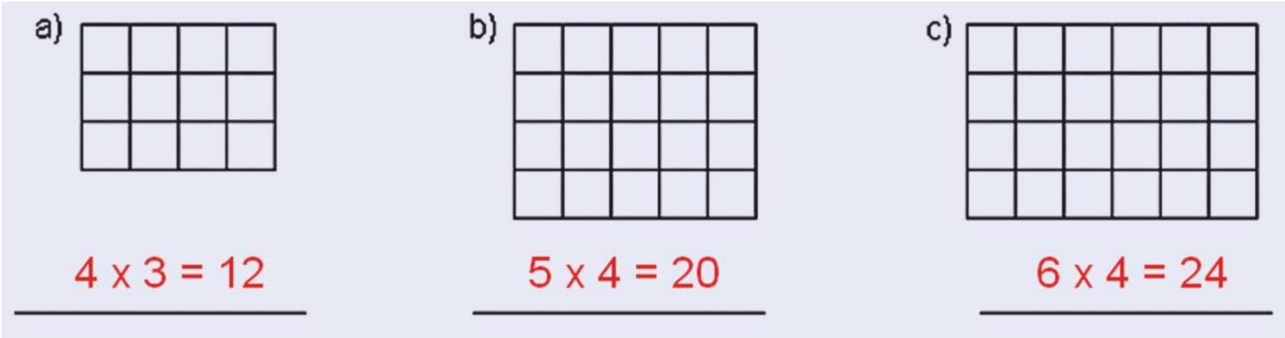
Ao efetuar os cálculos anteriores você pôde calcular as medidas da área e do perímetro do quarto de Joaquim, podendo dizer que a área do quarto mede 133,33 pisos cerâmicos de 30 cm x 30 cm e o perímetro mede 46,66 peças de 30 cm de comprimento.

Perceba que, para efetuarmos estas medidas, tivemos de recorrer a uma medida já conhecida, no caso, as peças cerâmicas. Porém, para que nossa comunicação fique mais clara, costumamos utilizar medidas universalmente conhecidas. Para medidas de comprimento, utilizamos o metro (m) e para medidas de área, utilizamos no metro quadrado (m^2) que é a área de um quadrado de 1m de lado.



******

Atividade 1



Atividade 2

Cômodo	Perímetro	Área		
	Cálculo	Total	Cálculo	Total
Dormitório 1	2 x 2,55 + 2 x 3,30	11,7m	2,55 x 3,30	8,41 m^2
Dormitório 2	4 x 3,30	13,2m	3,30 x 3,30	10,89 m^2

Sala	2 x 3,60 + 2 x 6,55	20,3m	3,60 x 6,55	23,58 m^2
WC	2 x 1,80 + 2 x 2,25	8,1m	1,80 x 2,25	4,05 m^2
Cozinha	2 x 2,25 + 2 x 2,85	10,2m	2,25 x 2,85	6,41 m^2

Situação problema 2
A conclusão é que, se um paralelogramo pode transformar-se em retângulo, sua área pode ser calculada por meio da mesma fórmula, aplicada ao retângulo. Assim,

a fórmula para calcular a área do paralelogramo será:

$A = b \times h$

Situação problema 3

A conclusão é que, ao gerarmos um triângulo congruente, dispondo-o como mostrado na figura, geramos um paralelogramo. Dessa maneira, como duplicamos o triângulo para obter o paralelogramo, a fórmula para calcular a área do triângulo será a metade da área do paralelogramo formado:

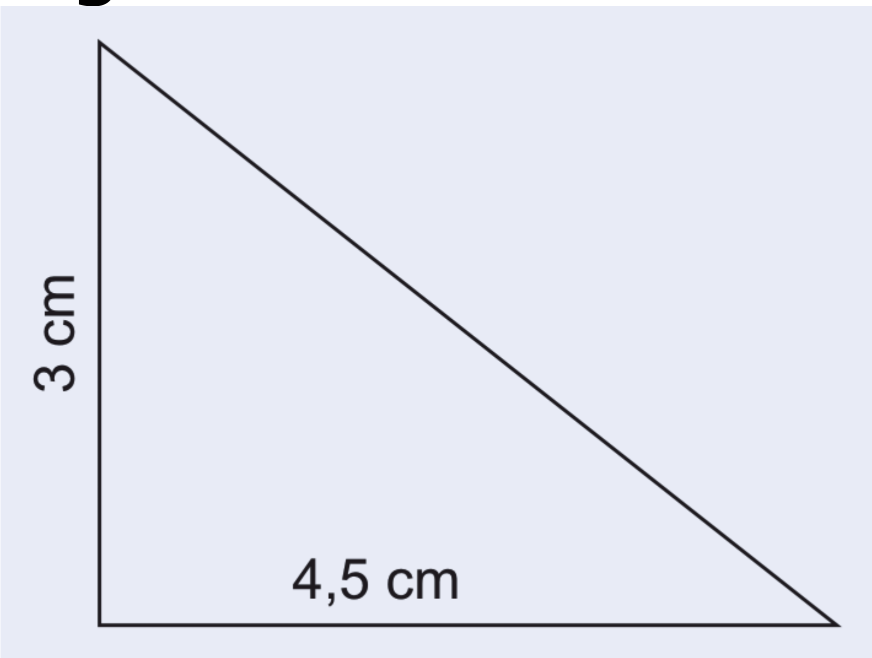
$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Pág. 27

Situação problema 4

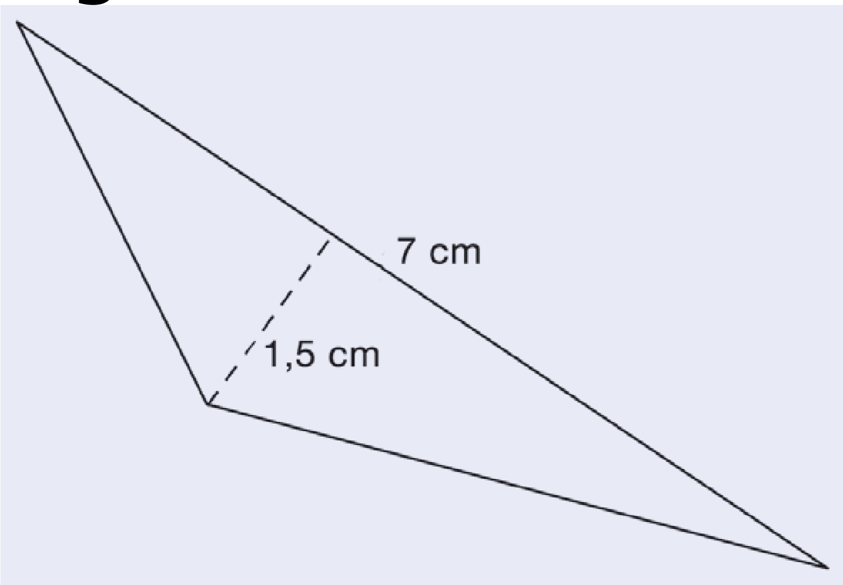
A conclusão é que, ao gerarmos um trapézio congruente, dispondo-o como mostrado na figura, geramos um paralelogramo. Desta maneira, ao duplicarmos o trapézio, a fórmula para calcular a área respectiva será a metade da área do paralelogramo formado:

$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

Atividade 3
Calcule as medidas das áreas das figuras planas a seguir, sendo conhecidas algumas de suas medidas:
Figura


Cálculos
A = 3 x 4,5 / 2
A = 6,75 m^2

Figura

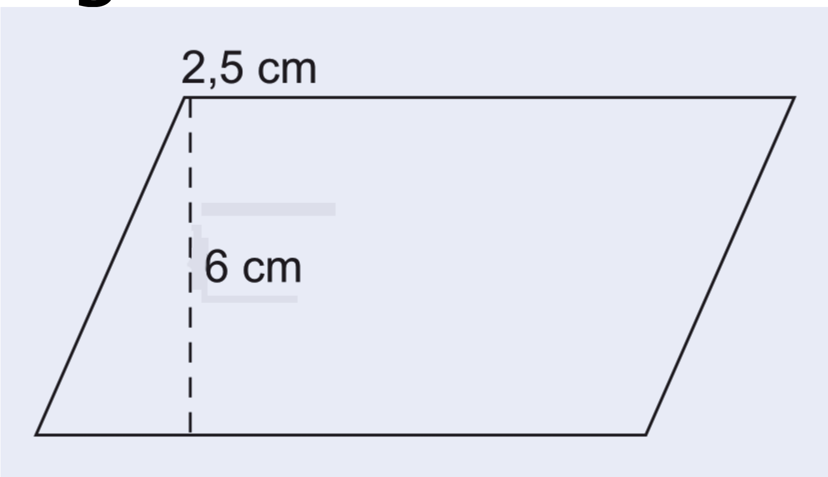


Cálculos

= 7 x 1,5 / 2

A = 5,25 m^2

Figura

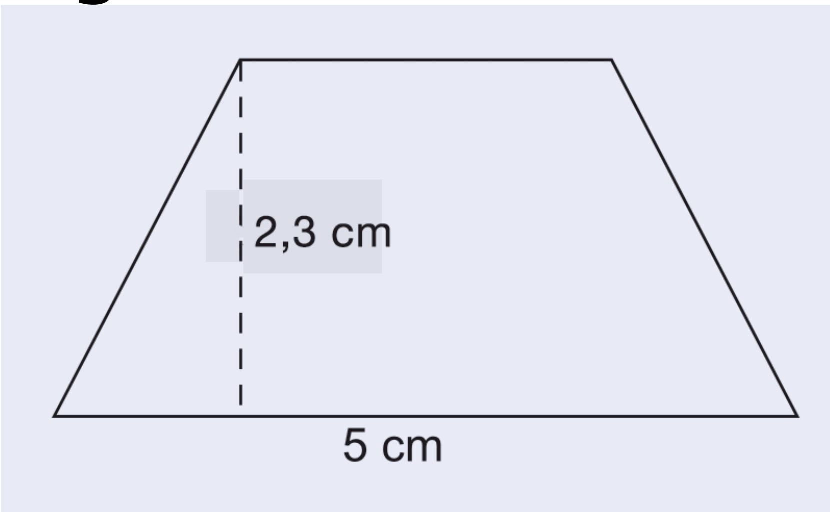


Cálculos

A = 6 x 8,5

A = 51 m^2

Figura



Cálculos

A = (5 + 3,5) x 2,3 / 2

A 9,77 m^2

Pág. 28

Atividade 4

Veja como poderia ser dividida a área do quarto 2:

Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

Quarto 1

3,60 x 3,50 = 12,60 m^2

Quarto 2

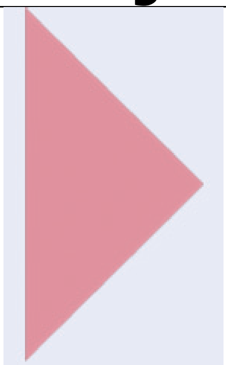
Parte 1 → 3,35 x 1,60 = 5,36 m^2

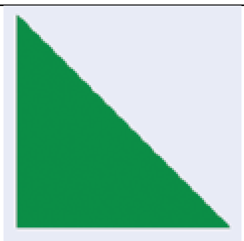
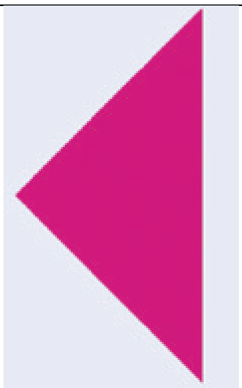
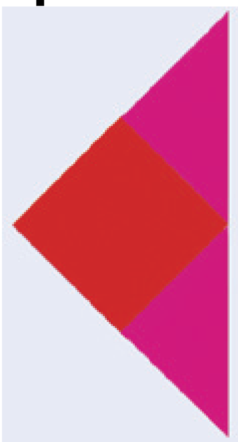
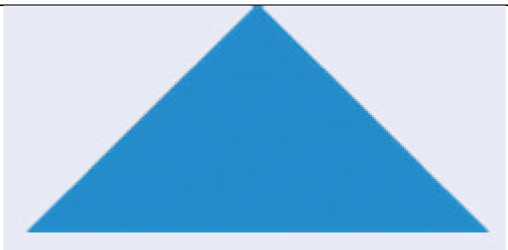
Parte 2 → (3,35 + 2,85) x 1,60 / 2 = 4,96 m^2

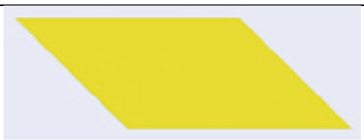
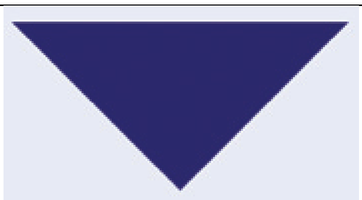
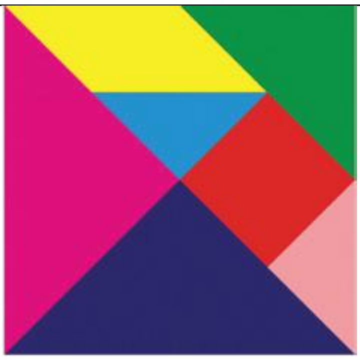
5,36 + 4,96 = 10,32 m^2

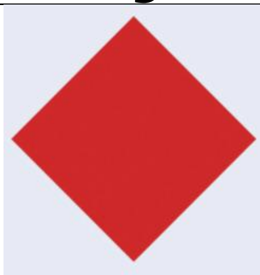
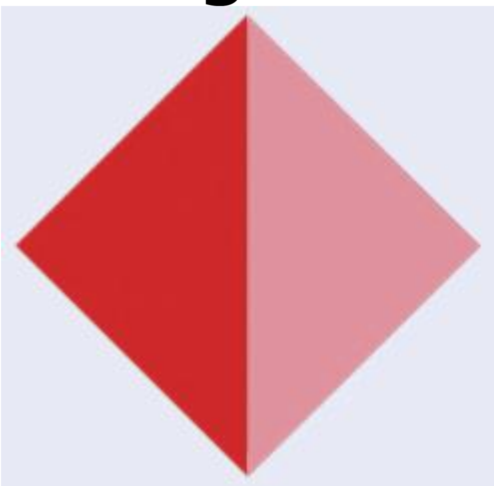
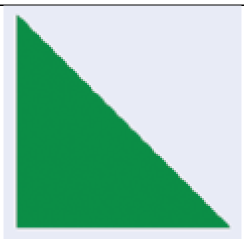
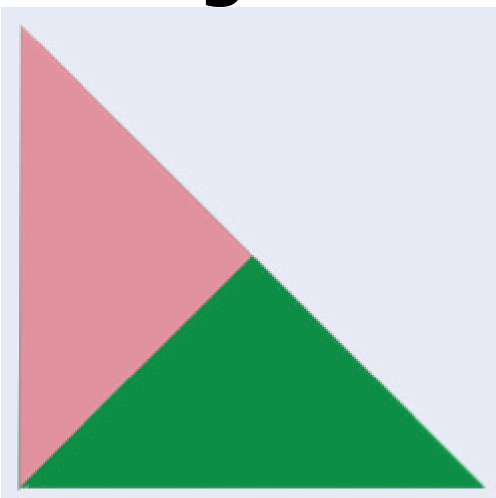
Varanda (5,10 + 3,50) x 1,60 / 2 = 6,88 m^2

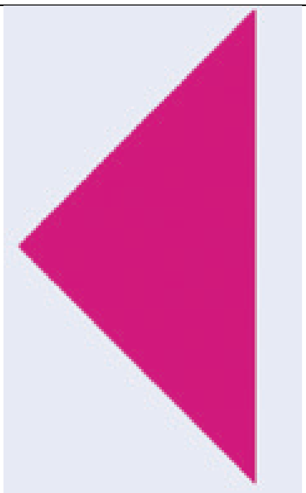
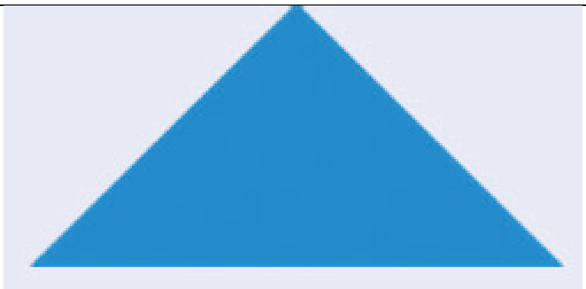
Pág. 29

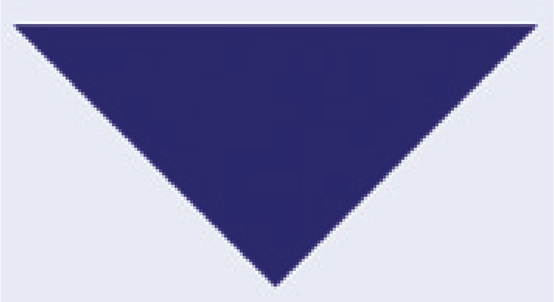
Peças	**Área**
	Meio quadrado Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

	Um quadrado Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
	Dois quadrados 
	Meio quadrado Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

	Um quadrado Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
	Dois quadrados Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
	8 quadrados 

Peças	Área
	Dois triângulos 
	Dois triângulos 

	Quatro triângulos 
	Um triângulo
	Dois triângulos Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.

	Quatro triângulos Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.
	16 triângulos

3) Quando utilizamos o triângulo como unidade de área, a área total é o dobro daquela encontrada, quando o quadrado é a unidade de área. Isso ocorre porque a área o triângulo é a metade da área do quadrado.

Pág. 31

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

Resposta: letra C.

Terreno 1

Área: 55m x 45m = 2475 m^2

Perímetro: 2 x 55m + 2 x 45m = 200m

Logo, não satisfaz às condições do Problema, que é de ter perímetro 180m no máximo.

Terreno 2

Área: 55m x 55m = 3025 m^2

Perímetro = 4 x 55m = 220.

Terreno 3

Área: 60m x 30m = 1800 m^2

Perímetro: 2x60m + 2x 30m = 180m.

Terreno 4
Área: 95m x 85m = 8075 m^2
Perímetro: 2x95m + 2x 85m = 360m
Logo, a letra C é que satisfaz as condições do problema.

Atividade 2 (ENEM 2008)
Resposta: Letra B
Se a medida do lado do hexágono é 2 cm, isto significa que o lado do quadrado e do triângulo pequeno medem 1cm cada um. Assim, as áreas de cada peça é:
Quadrado A= 1cm^2
Triângulo Pequeno A = ½ cm^2

Triângulo Médio = Paralelogramo = Área do Quadrado = $1cm^2$ Triângulo Grande A = 2x Área do triângulo médio = 2 cm^2 Assim, a área da casinha formada por todas as peças do TANGRAM é:$1cm^2 + 1cm^2 + 1cm^2 + ½\ cm^2 + ½\ cm^2 + 2\ cm^2 + 2\ cm^2 = 8\ cm^2$

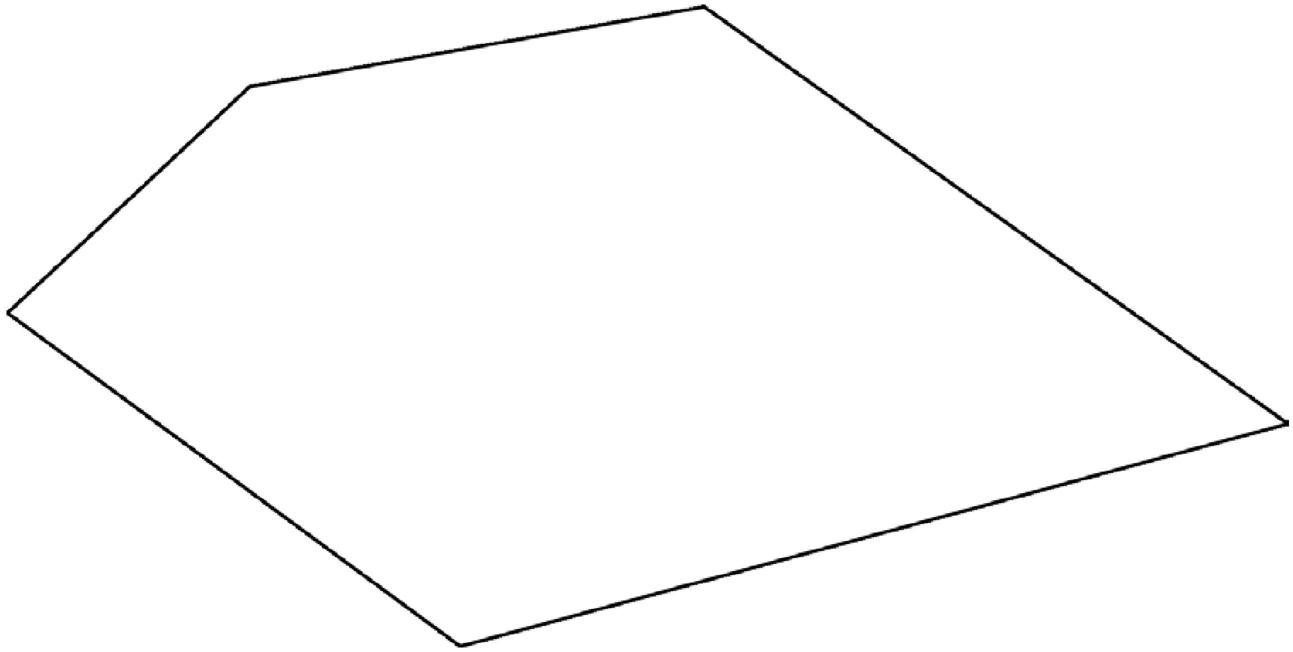
Unidade 8

<pág. 33>

Avançando com as áreas de figuras planas

Para início de conversa...

Nem todos os polígonos possuem fórmulas específicas para cálculo da medida de sua área. Imagine, por exemplo, que você precisa calcular a área de um terreno e a única coisa que sabe é que a planta dele (desenho a seguir) foi feito na escala 1:100, ou seja, cada centímetro equivale a 1 metro.



E agora, quanto mede a área desse terreno?

Ao longo desta unidade, veremos como calcular áreas de polígonos irregulares como esse. Veremos ainda como calculamos áreas de círculos.

Vamos fazer essa e outras discussões.

Bons estudos!

Objetivos de aprendizagem:

.Realizar o cálculo de área de polígonos irregulares, utilizando o método da triangulação.

.Calcular áreas de círculos.

<pág. 34>

Seção 1
Áreas irregulares

Situação problema 1

Observe o projeto de uma casa a seguir:

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Figura 1: perspectiva da casa.

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Figura 2: planta baixa da mesma casa.

<pág. 35>

Atividade

Você deverá calcular as seguintes áreas:

. Da casa.

. Do quintal.

. Das portas.

. Das janelas.

. Parede lateral externa descontando portas e janelas.

. A parede interna do quarto 2, considerando um pé direito de 2,80 m. (Lembre-se

que o “pé-direito” de uma casa é a altura que vai do solo até o início do telhado!)

Observação: Considere a báscula do banheiro com as medidas 40 cm x 40 cm e o beiral do telhado com 30 cm ao redor de toda casa.

****

Situação problema 2

Um fazendeiro comprou uma área, de formato irregular, para aumentar a sua plantação. Para verificar se a área que estava comprando era realmente o que estava no documento, contratou um topógrafo para realizar o projeto.

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Verbete
Topógrafo Profissional que faz o estudo do terreno em relação as seus acidentes geográficos.
****
<pág. 36>

Sabendo que o desenho foi feito na escala 1:500 (1 centímetro no desenho equivale a 500 centímetros ou 5 metros na medida real), qual a área total, em hectares (1 hectare equivale a 10.000 metros quadrados), do terreno?

Uma possibilidade de divisão da área em triângulos seria a seguinte:

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Repare que dividimos a figura em três grandes triângulos. O triângulo 1 com base e altura próprios; o triângulo 2 com base e altura próprios e o triângulo 3 com base e altura próprios. Vamos, agora, calcular a área de cada um deles e descobrir, ao final, a área total da figura.

Relembrando que a área de um triângulo é calculada por meio da seguinte expressão: b. h /2, observe as medidas

retiradas no desenho, complete a tabela e calcule a área para cada um dos triângulos.

Triângulo	Base (b)	Altura (h)
	Desenho	Real
1	12,0 cm	60 m
2	10,8 cm	
3	11,8 cm	
Total		

Triân-gulo	Base (b)	Altura (h)	Área (A)
	Desenho	Real	
1	4,8 cm	24 m	1.440 m^2
2	10,6 cm		
3	5,7 cm		

Total			

Obs.: as medidas apresentadas podem sofrer pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

****

<pág. 37>

Atividade 1

Um fazendeiro comprou uma área para aumentar a sua plantação. Para verificar se a área que estava comprando era realmente o que estava no documento, contratou um topógrafo que fez o seguinte projeto:

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Sabendo que o desenho foi feito na escala 1:1.000 (1 centímetro no desenho equivale a 1.000 centímetros ou 10 metros na medida real), qual a área total, em hectares (1 hectare equivale a 10.000 metros quadrados), do terreno?

******

Seção 2
A área do círculo

Atividade

Você sabe dizer o que é um círculo? E uma circunferência? Será que é a mesma coisa?

Faça uma pequena pesquisa em livros ou na Internet e registre a seguir o seu resultado.

****

<pág. 38>

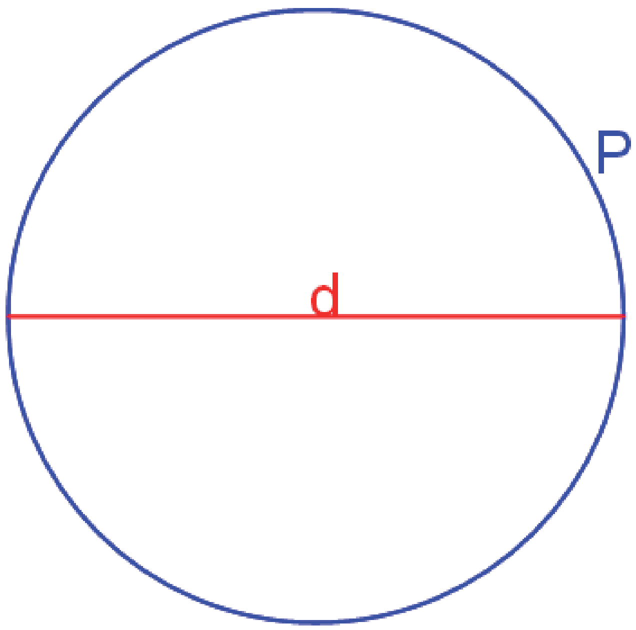
Após a pesquisa, leia o texto a seguir: O número π (lê-se número pi) é um número que tem atraído os matemáticos desde a Antiguidade. Quase todos os grandes nomes da Matemática dedicaram-lhe parte da sua atenção.

O número π é o resultado da divisão entre o comprimento (perímetro) de uma circunferência e o seu diâmetro. Ele é uma constante

para a razão entre o comprimento (P) e o diâmetro de quaisquer circunferências. Pode-se, portanto, escrever a relação:

Não se sabe exatamente como na Antiguidade se chegou a esta conclusão, mas muito provavelmente o interesse pelo número π terá tido a sua origem em problemas de determinação de áreas. Desde que o homem interessou-se por este número, iniciou-se um longo período de árduos esforços para que seu cálculo fosse mais preciso. Este período só viria a terminar no final do século passado. Depois de tanto esforço, sabe-se, por

exemplo, que o π é um número irracional, ou seja, possui infinitas casas decimais e não podemos escrevê-lo em forma de fração.



$$\pi = \frac{P}{d}$$

Ou seja, sabemos hoje que um π vale aproximadamente 3,1415... Por hora, no entanto, não se preocupe em utilizar esse valor. Apenas considere o símbolo π.

Situação problema 3

Com os recursos computacionais cada vez mais avançados já se consegue escrever o π com muitas casas decimais, obtendo aproximações cada vez mais precisas. Para se ter ideia do que está sendo dito, em 1988, na Universidade de Tóquio, Yasumasa Kanada calculou π com 201.326.000 casas decimais, em 6 horas com um supercomputador construído pela Hitachi.

Adaptado de http://pubol.ipbeja.pt/Artigos/NumeroPi/Pi.htm

Se considerarmos que o diâmetro é o dobro do raio de

uma circunferência (d=2r), dessa relação podemos facilmente demonstrar a seguinte relação:

$$\pi = \frac{P}{d}$$

$$P = \pi . d$$

$$P = 2\pi r$$

<pág. 39>

Com essa fórmula, podemos facilmente calcular o comprimento de qualquer circunferência, basta, para isso, conhecermos o seu raio. Mas, e quanto à área do círculo? Como poderíamos

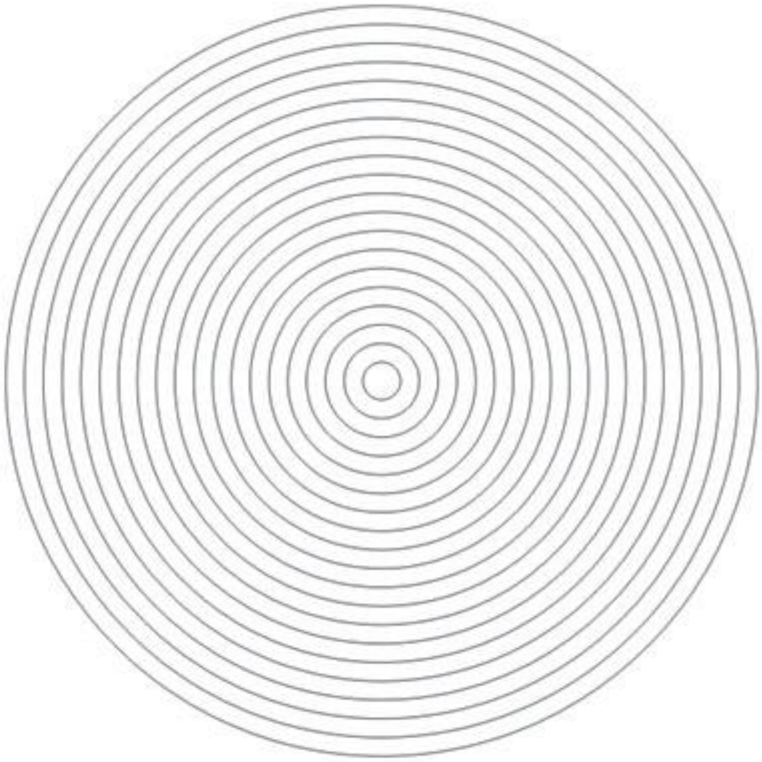
encontrá-la? Acompanhe a ideia a seguir:

Verbete

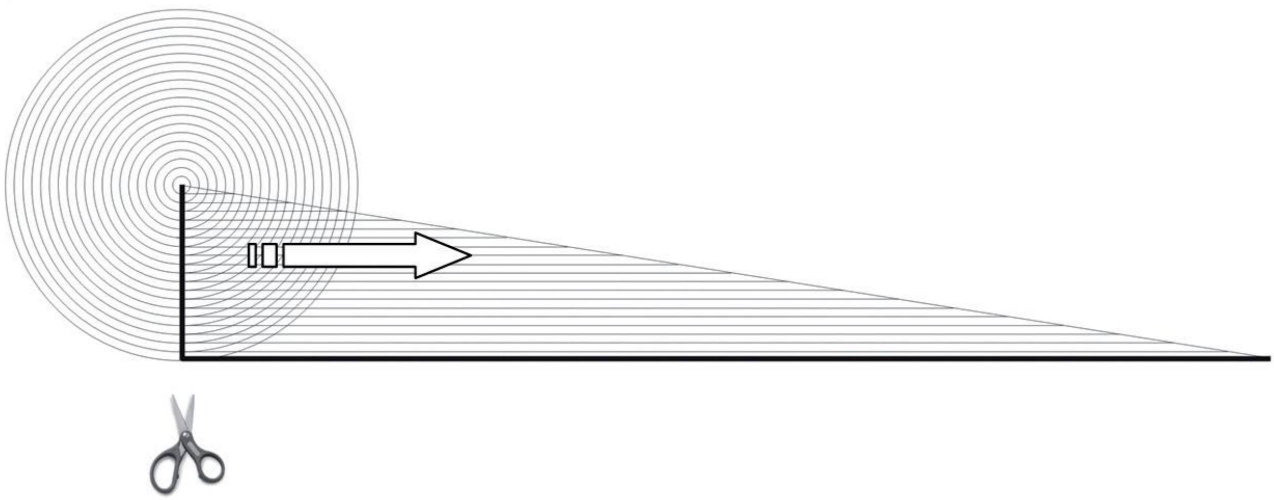
Círculo

É a região de um plano limitada por uma circunferência.
****

I. imagine que o círculo seja formado por várias circunferências concêntricas (com o mesmo centro), sem que houvesse espaço entre elas. A representação abaixo registra algumas dessas circunferências e podemos imaginar as demais.

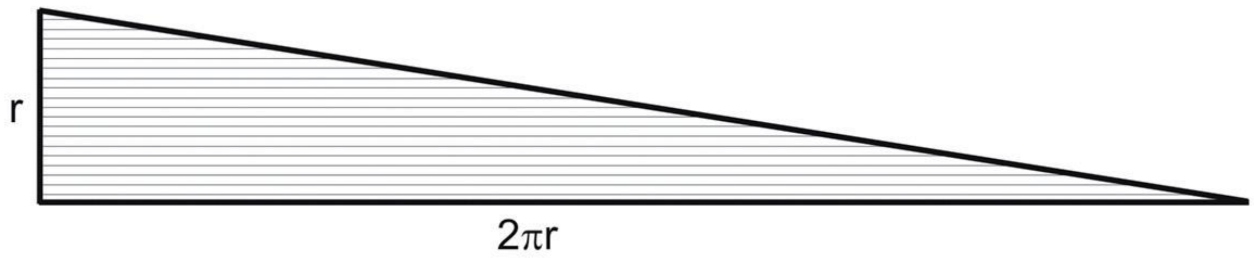


II. Agora, imagine que possamos cortar essas circunferências e esticá-las.



III. Considerando que o triângulo foi preenchido ao

esticar todas as circunferências que formam o círculo, perceba que a altura do triângulo é o raio r do círculo e a base mede, o perímetro desse círculo:



Atividade 2

Qual seria, afinal a fórmula para calcular a área do círculo?

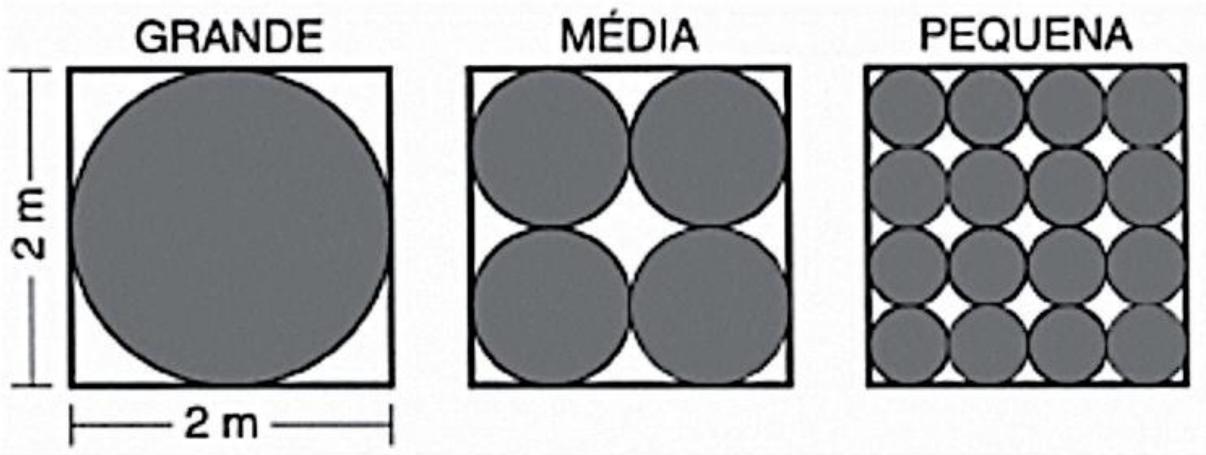
******

<pág. 40>

Caso você tenha conseguido resolver, parabéns! Veja nas respostas o valor dessa área e compare com o que você fez.

Atividade 2

(Enem 2004 – adaptado) Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. Qual entidade recebe mais material?

Para descobrir essa resposta, vamos analisar o problema por partes:

TAMPA GRANDE

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa grande?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

TAMPA MÉDIA

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa média?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

TAMPA PEQUENA

Parte 1: Qual a área do quadrado?

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa pequena?

Parte 3: Qual a área do círculo?

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

Agora volte a pergunta inicial: Qual das entidades I, II e III, citadas acima recebe

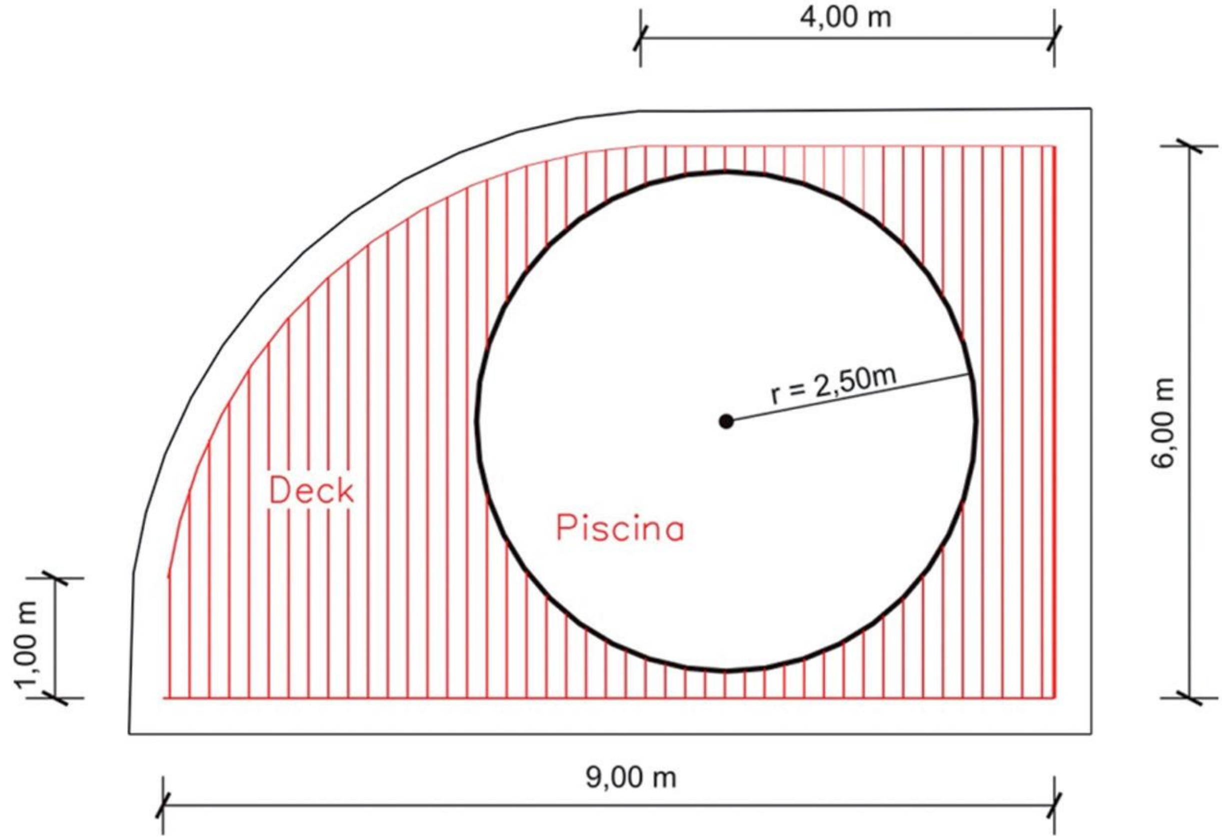
mais material?
****

<pág. 41>

Atividade 3

Calcule a medida da área do Deck da área de lazer a seguir.

Observe que há uma parte da figura que é arredondada, que você pode calcular como fração de um círculo, utilizando a fórmula da área do círculo ($A = \pi r^2$).



******

Momento de reflexão

Na maioria das vezes, os terrenos que compramos ou que são utilizados no campo não são formados por figuras regulares. Achar sua área requer utilizar outras estratégias. Nesta unidade, você pode ver o uso da

triangulação, ou seja, o método de dividir a figura em triângulos e calcular as áreas desses triângulos para obter a área total. Tente aplicar este método para calcular a área de outros polígonos irregulares. Por falar nisso, como você conseguiu calcular a área do problema inicial? Que tal tentar agora por triangulação?

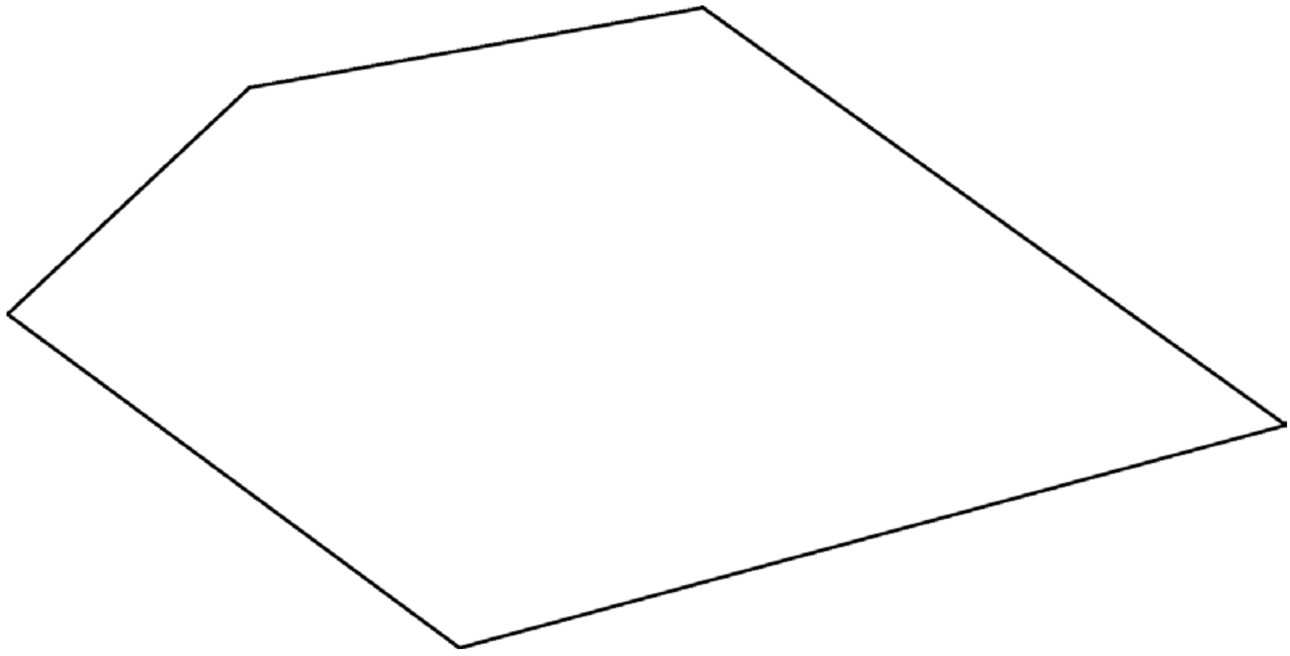
<pág. 42>

Outra questão tratada nesta seção foi o cálculo do perímetro da Circunferência e área do Círculo. Volte a ler sobre esses novos conceitos e as fórmulas geradas para

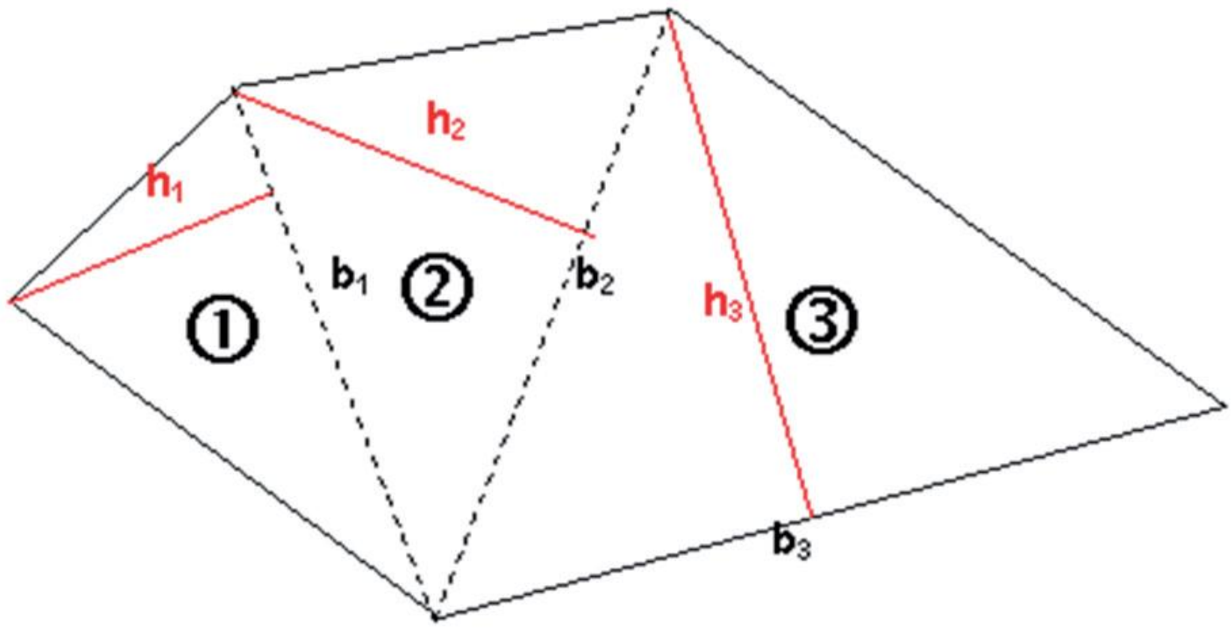
esses cálculos. Anote alguma outra situação em que você precisa calcular áreas de círculos.

Voltando à conversa inicial...

Depois das atividades desenvolvidas e das discussões feitas, você teve muitas dificuldades de calcular a área do terreno apresentada no início desta unidade?



Como visto nesta unidade, o melhor caminho é utilizar um método chamado triangulação, pelo qual dividimos a figura em vários triângulos e, após calcular a área de cada um deles, somamos para descobrir a área total. Como a figura não está cotada, podemos utilizar a régua para efetuar as medidas e, com o auxílio da calculadora, descobrir a área do terreno. Uma forma de dividir é mostrada abaixo, não sendo esta, porém, a única.



Após a divisão em triângulos, calculamos a área de cada um deles, assim:

Figura	Base (b)	Altura (h)	Área (A)
	Desenho	Real	
1	4,9 cm	2,4 m	5,88 m^2

2	**5,6 cm**	**3,3 m**	**9,24 m^2**
3	**7,0 cm**	**4,5 m**	**157,50 m^2**
Total			**172,62 m^2**

Obs.: As medidas apresentadas podem sofrer pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

Veja ainda

A área de um triângulo é calculada, utilizando as dimensões da sua base e altura através da

fórmula:

(Neste ponto há uma figura. Consulte o professor.)

Mas essa fórmula somente é aplicada nos triângulos em que se conhece a medida da altura. Para o cálculo da área de um triângulo qualquer, podemos utilizar outras fórmulas.

Por exemplo, a Fórmula de Heron de Alexandria, que tem por base o semiperímetro do triângulo:

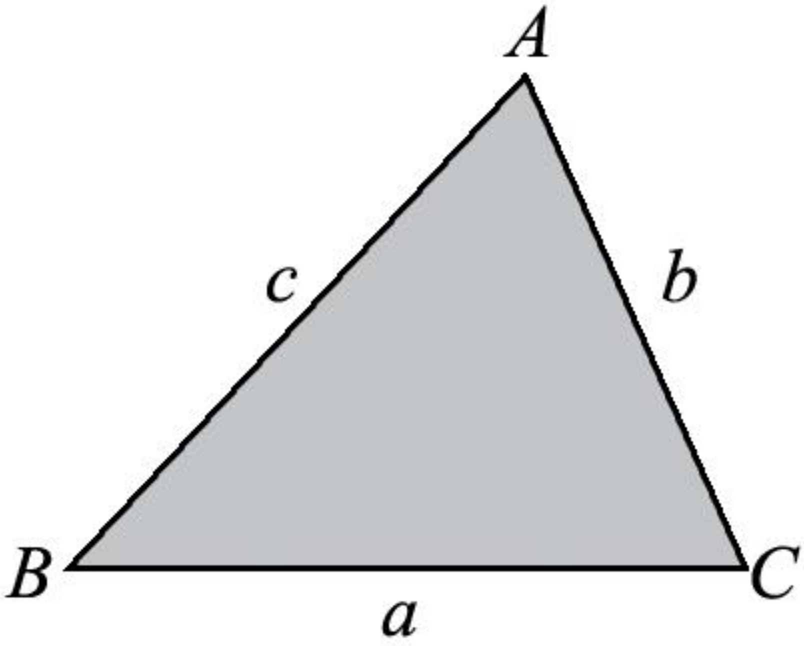
Verbete

Semiperímetro

É a metade da soma de todos os lados do triângulo onde a, b e c são as medidas dos lados do triângulo.

****

A fórmula de Heron deve ser usada nas situações em que se conhece o valor dos três lados do triângulo. Dado o triângulo ABC de lados a, b e c:



A área de um triângulo qualquer pode ser calculada, utilizando a seguinte fórmula:

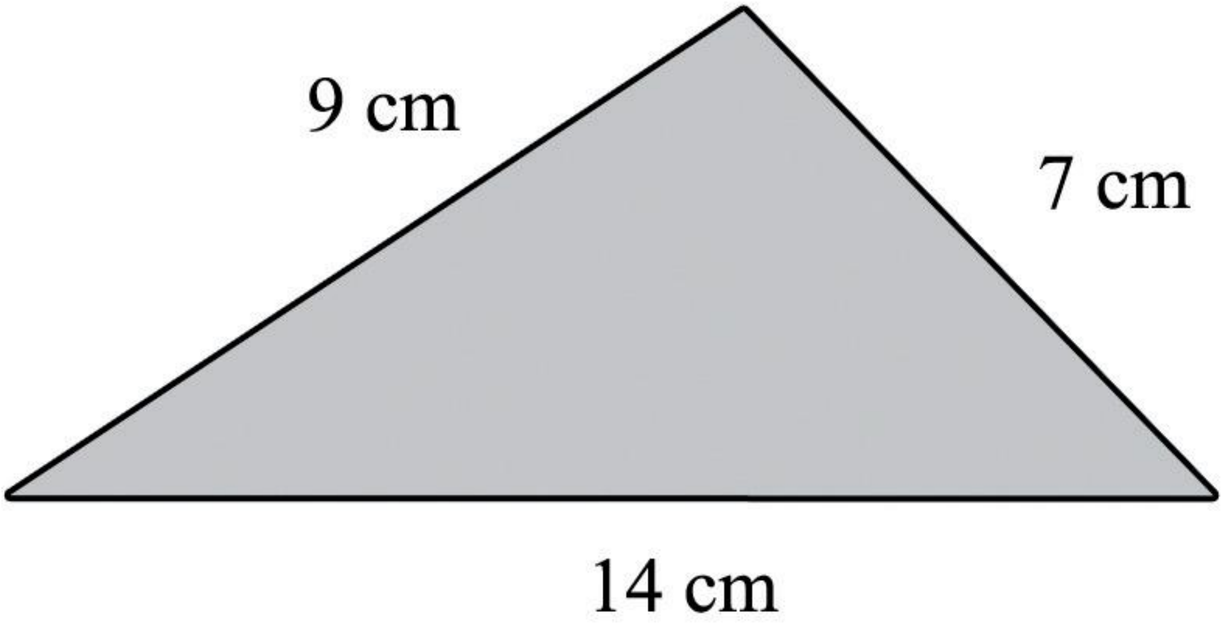
(Neste ponto há uma fórmula. Consulte o professor.)

Onde os valores de a, b, c correspondem aos lados do triângulo e o valor de p é o valor do semiperímetro.

Um pouco de História: Heron de Alexandria viveu aproximadamente 100 d.C.(depois de Cristo), conhecido sobretudo pela fórmula da área do triângulo, dado seus lados. No entanto, os Àrabes contam-nos que a “Fórmula de Heron” já era conhecida por Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.). A demonstração de Heron ficou perdida por muito tempo, até ser redescoberta em Constantinopla, em 1896.

<pág. 44>

Vamos agora calcular a área do triângulo, utilizando a fórmula de Heron.



p= (9 + 7 + 14)/2 = 15

A^2 = p (p- a)(p – b) (p – c)

A^2 = 15(15 – 9)(15 – 7)(15- 14)

A^2 = 15 . 6 . 8 . 1= 720

Logo A = √720 ≈ 26,83

Referências

. BELLEMAIN, P. M. B, LIMA, P.

F. Um estudo da Noção de Grandezas e Medidas e Implicações no Ensino Fundamental. Edição: John A. Fossa. Natal: Sbhmat, 2002.

. PAIVA, M. A. V.; FREITAS, R. C. O. Matemática. In: SALGADO, Maria Umbelina Caiafa; AMARAL, Ana Lúcia.. (Org.). ProJovem Urbano. Ed. Brasilia DF: Governo Federal/Programa Nacional de Inclusão de Jovens, 2008, v. 1,2,3,4,5,6.

. TROTA, IMENES, JAKUBOVIC. Matemática Aplicada- 2º Grau. São Paulo: Ed. Moderna,1979.

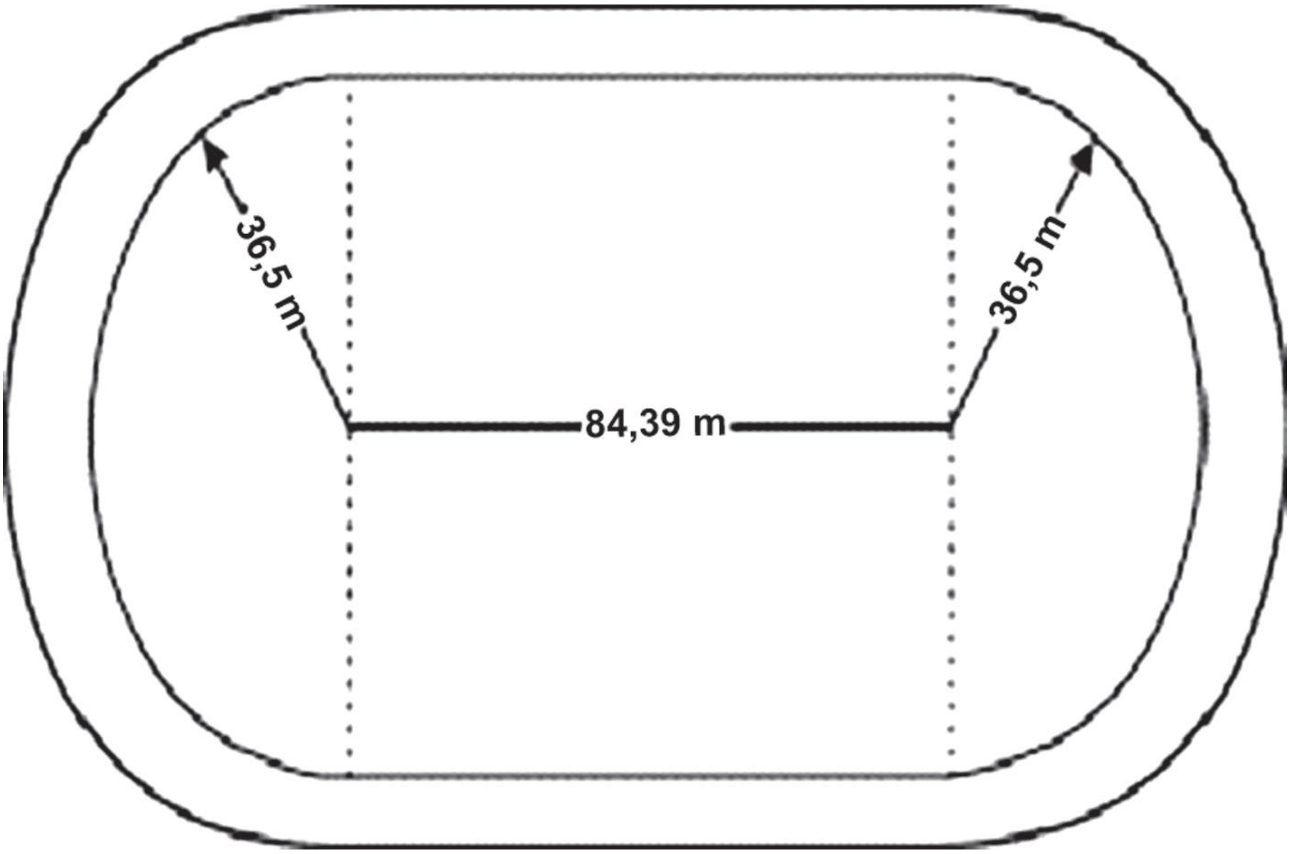
<pág. 45>

O que perguntam por aí?

Atividade 1 (ENEM 2011)

O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência.

Os dois semicírculos da pista são iguais.



Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

a. 1

b. 4

c. 5

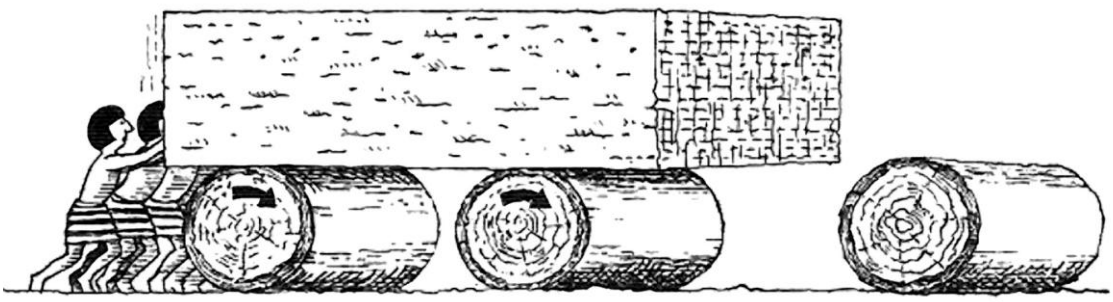
d. 7

e. 8

<pág. 46>

Atividade 2 (ENEM 2010)

A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.



BOLT, Brian. Atividades matemáticas.

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos,

em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é:

a. Y = R

b. Y = 2R

c. Y= πR

d. Y = 2 πR

e. Y = 4 πR

<pág. 47>

Respostas das atividades

Situação problema 1

. casa:8 x 8 = $64m^2$.

. quintal:

$15 \times 15 = 225$

$225 - 64 = 161\ m^2$.

.cada porta:

$0,7 \times 2,1 = 1.47\ m^2$.

.Cada janela;

$0,8 \times 1,2 = 0,96\ m^2$.

$0,4 \times 0,4 = 0,16\ m^2$.

.Parede externa, descontando portas e janelas:

Laterais: $8 \times 3 = 24\ m^2$.

Frente e fundos: $8 \times 3 + (8 \times 1,2) / 2 = 28,8\ m^2$.

Total: $2 \times 24 + 2 \times 28,8 = 105,6\ m^2$.

Portas: $2 \times 1,47 = 2,94\ m^2$.

Janelas: 4 x 0,96 = 3,84 m².

Báscula: 0,16 m².

Paredes externas menos portas e janelas: 105,6 – 2,94 – 3,84 – 0,16 = 98,66 m².

.Paredes internas do quarto 2, considerando um pé direito de 2,80m:

[2 x (4,30 + 2,70) x 2,80] = 39,20 m².

<pág. 48>

Situação problema 2

Triângulo Base (b)

Triângulo	Base (b)	Altura

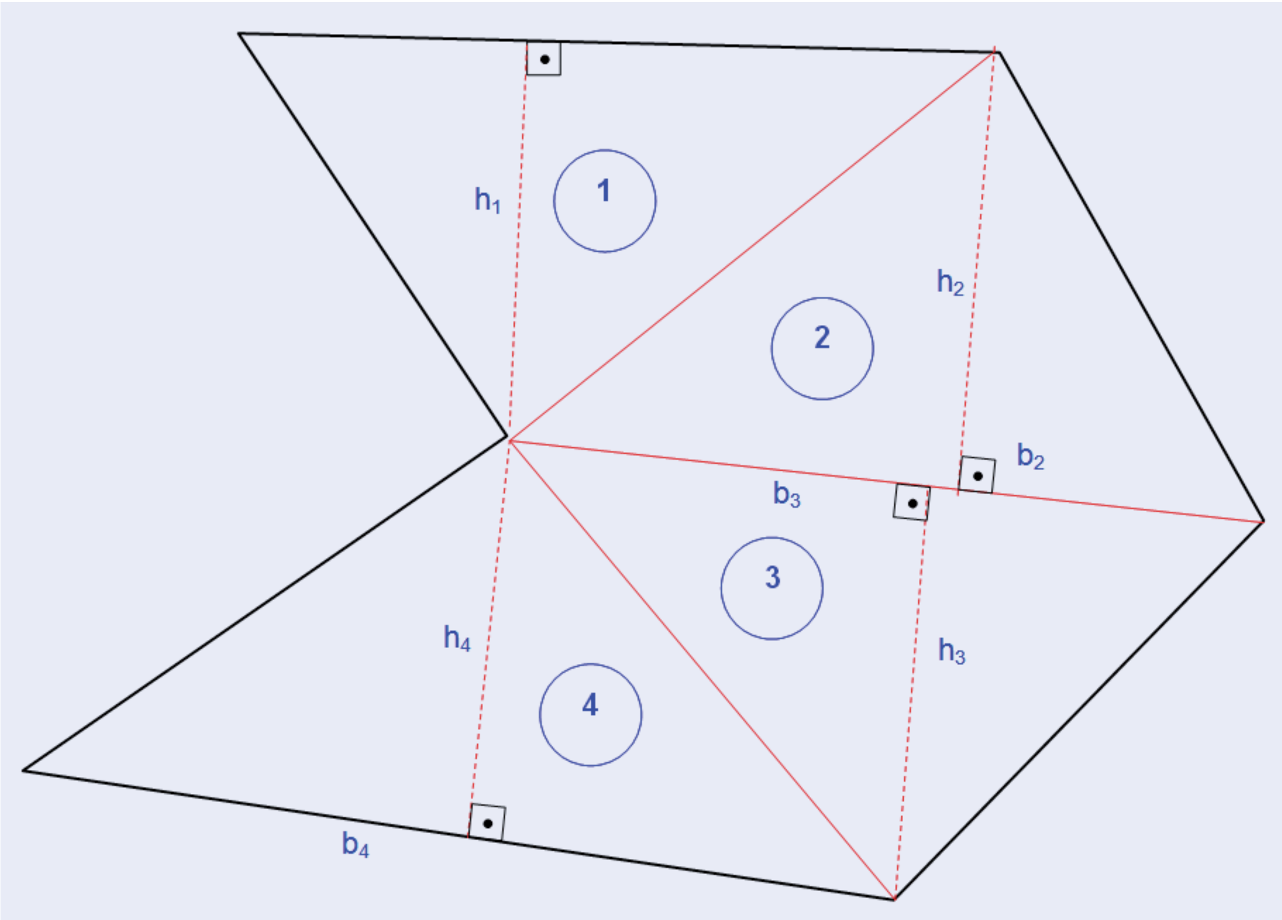
		(h)
	Desenho	Real
1	12,0 cm	60 m
2	10,8 cm	54 m
3	11,8 cm	59 m
Total		

Triân-gulo	Base (b)	Altura (h)	Área (A)
	Desenho	Real	
1	4,8 cm	24 m	1.440 m^2
2	10,6 cm	53 m	2.862 m^2
3	5,7 cm	28,5 m	161,5 m^2
Total			5.983,50 m^2

Obs. : As medidas apresentadas podem sofrer

pequenas variações devido ao processo de editoração e impressão.

Atividade 1



Desenho	Base (b)	Altura (h)

	Desenho	Real
1	9,5 cm	95 m
2	9,5 cm	95 m
3	9,5 cm	95 m
4	11,0 cm	110 m
Total		

Desenho	Base (b)	Altura (h)	Área (A)
	Desenho	Real	
1	5,0 cm	50 m	2.375,0 m^2
2	5,4 cm	55 m	2.565,0 m^2
3	5,2 cm	52 m	2.470,05 m^2
4	5,0 cm	50 m	2.750,0 m^2
Total			10.160,0 m^2

Situação problema 3

Para se calcular a área do círculo, temos a seguinte fórmula.

$$A = \frac{2\pi r . r}{2}$$

$$A = \pi r^2$$

<pág. 49>

Atividade 2

TAMPA GRANDE:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

4 m^2

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa grande?

$2\,\pi m$

Parte 3: Qual a área do círculo?

πm^2

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

$(4 - \pi)m^2$

TAMPA MÉDIA:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

$4\ m^2$

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa média?

πm

Parte 3: Qual a área do círculo?

$0,25\pi m^2$

Parte 4: Qual a medida que resta da área

$(4 - 4 \times 0,25\ \pi) = (4 - \pi) m^2$

TAMPA PEQUENA:

Parte 1: Qual a área do quadrado?

$4\ m^2$

Parte 2: Qual a medida do perímetro da tampa pequena?

$0,5\pi m$

<pág. 50>

Parte 3: Qual a área do círculo?

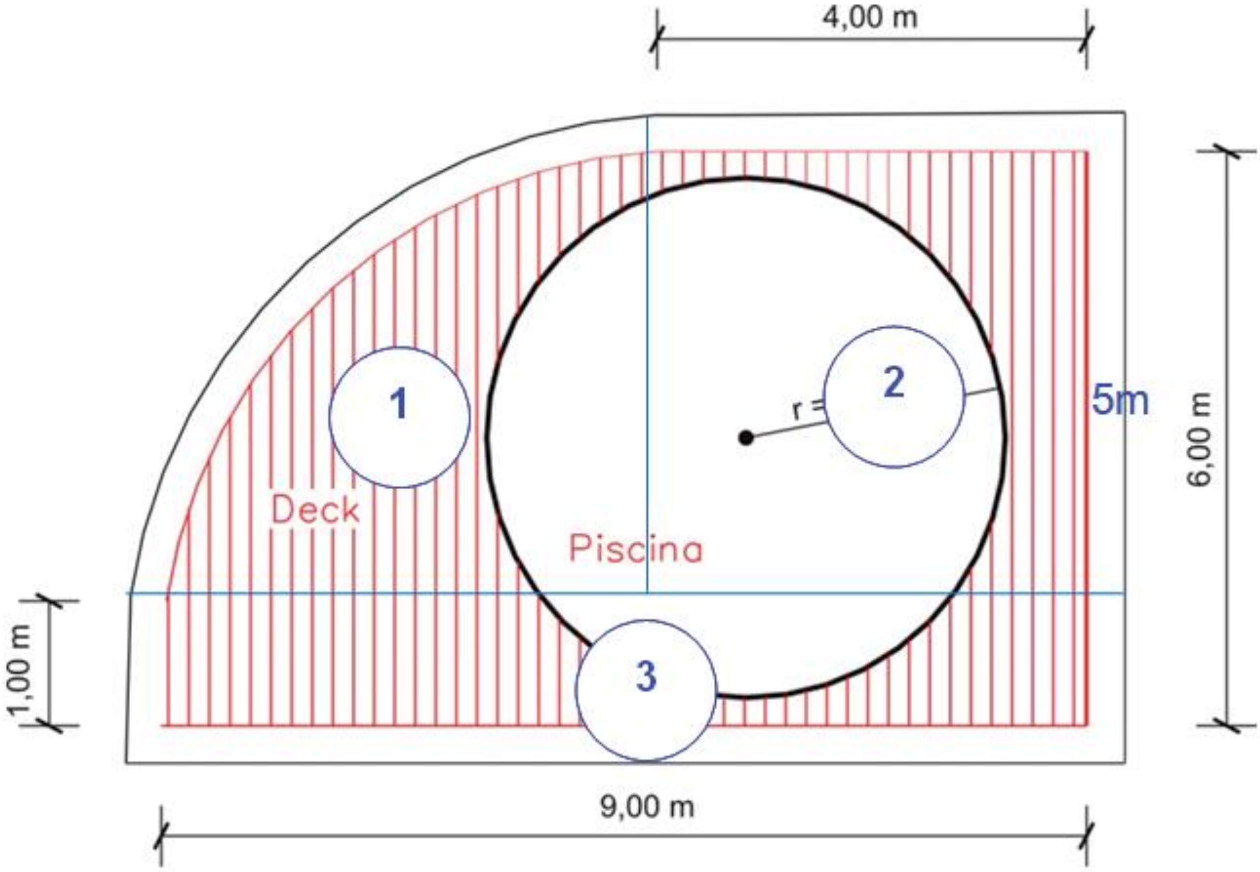
$$0{,}0625\pi m^2$$

Parte 4: Qual a medida que resta da área da chapa?

$$(4 - 16 \times 0{,}0625\ \pi) = (4 - \pi)m^2$$

Resposta: As três entidades recebem a mesma quantidade de material.

Atividade 3



Cálculos feitos, utilizando o valor de π=3,14:

Área 1

(Neste ponto há uma fórmula. Consulte o professor.)

Área 2: 4 x 5 = 20 m^2

Área 3: 1 x 9 = 9 m^2

Área total = Area 1 + Área 2 + Área 3 = 45,625 m^2

O que perguntam por aí?
Atividade 1 (ENEM 2011)

Resposta: Letra A.

Atividade 2 (ENEM 2010)
Resposta: Letra E.